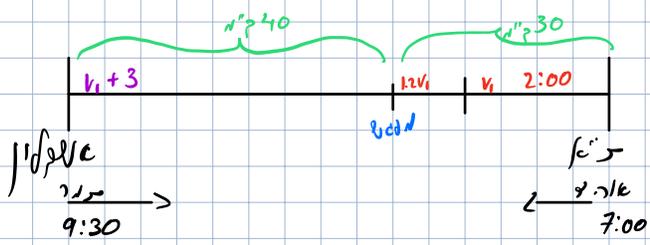


1.

המרחק בין תל אביב לאשקלון הוא 70 ק"מ.
 אהוד יצא מתל אביב לכיוון אשקלון בשעה 7:00.
 הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של חצי שעה,
 ואחריה המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-20% ממהירותו הקודמת.
 תמר יצאה מאשקלון לכיוון תל אביב בשעה 9:30.
 היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שצעד
 אהוד לפני המנוחה.
 תמר ואהוד נפגשו בנקודה המרוחקת 30 ק"מ מתל אביב.
 א. מה הייתה מהירותו של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה)?
 ב. באיזו שעה נפגשו אהוד ותמר?



(כ)

הערות	q	N	S	
א.ה.צ	$2v_1$	v_1	2	א.ה.צ
ההפסקה	0	0	$\frac{1}{2}$	א.ה.צ
א.ה.צ	$30-2v_1$	$1.2v_1$	$\frac{30-2v_1}{1.2v_1}$	א.ה.צ
ז.מ.ר	40	v_1+3	$\frac{40}{v_1+3}$	ז.מ.ר

לצורך: v_1 - מהירותו ההתחלתית של אהוד.

מההפסקה עד למעט (הגבירה אבהה ג-צ.20).
 (שווה בין זמן התפחה של זמרי לבין זמן התפחה של אהוד מההפסקה עד למעט.
 אהוד החל שלטעם וציר אחז' של אה לבן הטעה
 ש"ס מההפסקה היא 9:30.

$$\frac{30-2v_1}{1.2v_1} = \frac{40}{v_1+3}$$

$$(30-2v_1)(v_1+3) = 48v_1$$

$$30v_1 + 90 - 2v_1^2 - 6v_1 = 48v_1$$

$$0 = 2v_1^2 + 24v_1 - 90$$

$$0 = v_1^2 + 12v_1 - 45$$

$$v_1 = 3$$

$$v_1 = -5$$

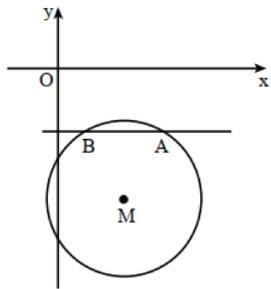
$$v > 0$$

מהירות של אהד לפני המנוחה היא 3 קמ"ש.

ב) (צ"ב שר v_1 הביטוי הזמן של גרד, (וצט כנה צמן הלכה לאצ (וס"4 שר צמן ההלכה ש שר היצטה שלה (9:30).

$$\frac{40}{v_1 + 3} = \frac{40}{3 + 3} = 6 \frac{2}{3} = \text{ש שר! - 30 ק"מ}$$

ש"ן, השלה בה (נכ"ש אהד אר"ה היא 16:10.



2. הישר $y = -3$ חותך מעגל בנקודות A ו-B (ראה ציור). הנקודה A נמצאת גם על הישר $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.
- מצא את השיעורים של הנקודה A.
 - נתון כי מרכז המעגל הוא $M(3; -6)$. מצא את משוואת המעגל.
 - מצא את שטח המרובע OAMB (O - ראשית הצירים).

א) הנקודה A נמצאת על שני ישרים, ולכן נשווה בין 2 הישרים ונמצא את שיעור ה-x של הנקודה A. שיעור ה-y יהיה -3, מכיוון שהיא נמצאת על הישר $y = -3$.

$$-3 = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \quad | \cdot 3$$

$$-9 = -2x + 1$$

$$A(5, -3)$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

ב) הנקודה A נמצאת על המעגל. משוואת המעגל:

$$(x-3)^2 + (y+6)^2 = R^2$$

כעת נציב את הנקודה A במשוואת המעגל.

$$(5-3)^2 + (-3+6)^2 = R^2$$

$$4 + 9 = R^2$$

$$R^2 = 13$$

משוואת המעגל:

$$(x-3)^2 + (y+6)^2 = 13$$

ע' שחילוף (מציט) את הנק' B (3, -3) . ש'תמצאו את המשוואה של המעגל

$$(x-3)^2 + (-3+6)^2 = 13$$

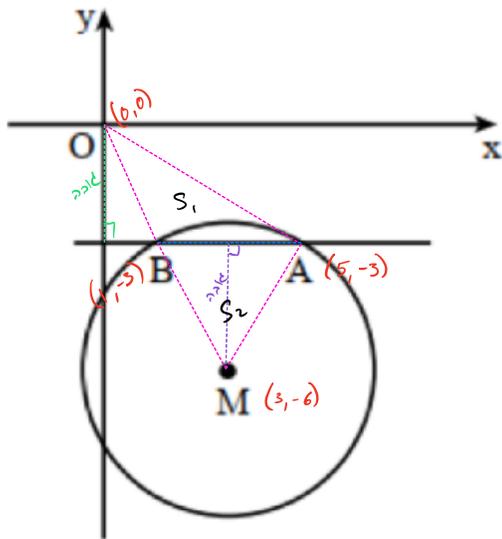
$$x^2 - 6x + 9 + 9 = 13$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = 5 \quad x = 1$$

A' נק'

B (1, -3)



אנחנו הורבוע נראה כמו משולש
 ש'ק' הוא לא. ניתן להציג זאת
 ע'ו בניית ישר OM ואיך
 ש'נק' B לא מק' את המשוואה היש' .
 ע'ן, נח'ק את היצורה ונצ'י ש'טחים
 של משולשים היש' AB הוא
 $y = -3$ ולכן היצורה נצ'י הש'טחים
 וה'ו היש' ע'בי ה- y של קווק'ו'
 המשולשים מ- $y = -3$ בע'ק מוחל' .

$$S_1 = \frac{AB \cdot \text{גובה}}{2}$$

$$S_1 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$S_2 = \frac{AB \cdot \text{גובה}}{2}$$

$$S_2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

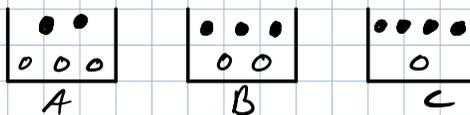
$$AB = |5 - 1| = 4$$

$$h_{S_1} = |0 - (-3)| = 3$$

$$h_{S_2} = |-6 - (-3)| = 3$$

$$S_{OAMB} = S_1 + S_2 = 6 + 6 = 12$$

3. בשלוש קופסאות A, B ו-C יש כדורים שחורים ולבנים.
 בקופסה A יש 2 כדורים שחורים ו-3 כדורים לבנים.
 בקופסה B יש 3 כדורים שחורים ו-2 כדורים לבנים.
 בקופסה C יש 4 כדורים שחורים ו-1 כדור לבן.
 א. בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה באקראי כדור אחד.
 (1) מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?
 (2) ידוע שהוצא כדור לבן. מהי ההסתברות שהכדור הוצא מקופסה B?
 ב. מקופסה C מוציאים באקראי 2 כדורים זה אחר זה בלי החזרה.
 מהי ההסתברות שאחרי הוצאת הכדורים לא נותר בקופסה C כדור לבן?



(E)

(I) נתקן! 3 מקרים: I) לבנה בו (נמרה קופסה A):

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

(II) לבנה בו (נמרה קופסה B):

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

(III) לבנה בו (נמרה קופסה C):

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

• זכיון ליבמיה תזוזית, יש סיכוי של $\frac{1}{3}$ לבל קופסה.

כלת (חבר שר היה סתברוית נג'ילן):

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{2}{5}$$

ניהסתברות אהוזיל כדור לן היא $\frac{2}{5}$.

(2) כאן נוצר ה-הסתברות לזיוף. תוצאת 4 אהא צהיה האנה, אהר ההסתברות להצורה קיומה ב אהנה בהנה בצורה אנה נשים אהנה.

$$\left. \begin{aligned} \text{ההסתברות} \\ \text{אמורה ג- ב} \\ \text{אהיצטא בצורה אנה} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{15} \\ \\ \text{ההסתברות} \\ \text{היצורה} &= \frac{2}{5} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

אהא יצול להנה בצורה אנה, ההסתברות להנה נהנה אנה ב אהא $\frac{1}{3}$.

(ב) ע"ה אהא ואהר בצורה אנה הקומה א, אהנה נהיצטא 2 בצורה אהנה.

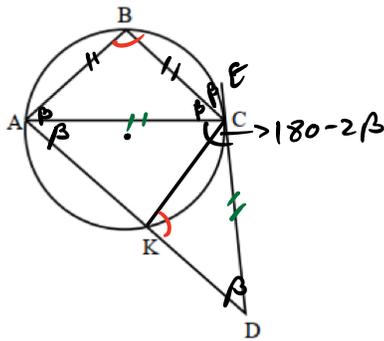
אנה נהנה אנה ההסתברות להיצטא 2 בצורה אהנה אהנה-ההסתברות נהנה.

$$P(\text{אנה}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

$$P(\text{אהנה}) = 1 - P(\text{אנה}) = \frac{17}{20}$$

ההסתברות להנה 2 הוצאה, אהנה נהנה, אהנה בצורה אנה הקומה א

אהא $\frac{2}{5}$.



4. משולש שווה-שוקיים (קהה-זווית) ABC
 (AB=BC) חסום במעגל.
 הישר CD משיק למעגל בנקודה C.
 נתון כי AD || BC (ראה ציור).
 א. הוכח כי משולש ACD הוא משולש
 שווה-שוקיים.

AD חותך את המעגל בנקודה K.
 הוכח:

ב. $\angle CKD = \angle ABC$

ג. $\triangle ABC \cong \triangle CKD$

נימוק	טענה
ס'ה"ן	$\angle BAC = \beta$
זווית בסיס במש"ש שווה.	$\angle BCA = \beta$
זווית מתחלפת שווה בין ישרים מקבילים.	$\angle CAK = \beta$
זווית בין זווית חיצונית שווה לזווית הפנימית הנגזרת. ז'אט'ר'א מ'ת'ר'כ'.	$\angle BCE = \beta$
סכום זווית חיצונית שווה 180°	$\angle ACD = 180 - 2\beta$
סכום זווית במשולש 180°	$\angle D = \beta$
משולש שווה שבו זווית שווה היא מש"ש.	משולש $\triangle ACD$ שווה-שוקיים ל.ט.נ' ע'
סכום זווית במשולש 180° .	$\angle ABC = 180 - 2\beta$
סכום זווית (נצייר במרובע חסום במעגל) הוא 180° .	$\angle AKC = 2\beta$
סכום זווית חיצונית שווה 180° .	$\angle CKD = 180 - 2\beta$
חוק המעגל.	$\angle CKD = \angle ABC$
	ל.ט.נ' ב
סכום זווית במשולש 180° .	$\angle KCD = \beta$
הצניף אנכתי.	$\angle BCA = \angle KCD = \beta$

שווה שוק'ים $\triangle ACD$

היתנו למעלה

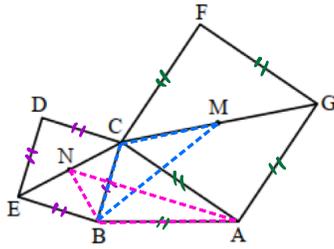
3.3.5

$$AC = DC$$

$$\angle D = \angle BAC$$

$$\triangle ABC \cong \triangle CKD$$

$$C \text{ f.v.v.}$$



5. נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB=AC$).

על השוק AC בנו ריבוע $ACFG$
 שאלכסוניו נחתכים בנקודה M .
 על הבסיס BC בנו ריבוע $BCDE$
 שאלכסוניו נחתכים בנקודה N .
 (ראה ציור).

נתון: $BC=4$ ס"מ, $AB=AC=6$ ס"מ.

א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע $ACFG$,

ואת אורך האלכסון של הריבוע $BCDE$.

ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC .

ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN .

ד. מצא את אורך הקטע AN .

א) עבודה במשולש ABC :

עיתאים, $AC^2 + AB^2 = BC^2$

$$6^2 + 6^2 = BC^2$$

$$BC = 6\sqrt{2}$$

ב) עבודה במשולש EBC :

עיתאים, $EB^2 + BC^2 = EC^2$

$$4^2 + 4^2 = EC^2$$

$$EC = 4\sqrt{2}$$

ג) עבודה במשולש ABC :

עיתאים, $\angle ABC = \alpha$

משפט הקוסינוסים, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos(\alpha)$

$$36 = 36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos(\alpha)$$

$$48 \cos(\alpha) = 16$$

$$\cos(\alpha) = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$$

$$\alpha = 70.528^\circ$$

$$\angle ABN = \angle ABC + \angle CBN \quad (c)$$

הזווית הכוללת היא 115.528° , $\angle CBN = 45^\circ$

$$\angle ABC = \alpha, \angle ABC = 70.528^\circ$$

\Downarrow

$$\angle ABN = 115.528^\circ$$

$$\angle BCM = \angle BCA + \angle MCA$$

$$\angle BCA = \alpha, \angle BCA = 70.528^\circ$$

הזווית הכוללת היא 115.528° , $\angle MCA = 45^\circ$

\Downarrow

$$\angle BCM = 115.528^\circ$$

$$S_{\triangle ABN} = \frac{AB \cdot BN \cdot \sin(\angle ABN)}{2}$$

$$S_{\triangle ABN} = \frac{6 \cdot \cancel{2\sqrt{2}} \cdot \sin(115.528^\circ)}{\cancel{2}}$$

$$S_{\triangle ABN} = 6\sqrt{2} \cdot \sin(115.528^\circ)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} BN = \frac{1}{2} BC \\ \text{הזווית הכוללת היא } 115.528^\circ \\ \text{הזווית } \angle CBN = 45^\circ \\ BN = 2\sqrt{2} \end{array} \right.$$

$$S_{\triangle BCM} = \frac{BC \cdot CM \cdot \sin(\angle BCM)}{2}$$

$$S_{\triangle BCM} = \frac{\cancel{4} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sin(115.528^\circ)}{\cancel{2}}$$

$$S_{\triangle BCM} = 6\sqrt{2} \cdot \sin(115.528^\circ)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} CM = \frac{1}{2} BC \\ \text{הזווית הכוללת היא } 115.528^\circ \\ \text{הזווית } \angle MCA = 45^\circ \\ CM = 3\sqrt{2} \end{array} \right.$$

הזווית הכוללת היא 115.528°

∴ AN دлина стор (3)

$$AN^2 = BN^2 + AB^2 - 2 \cdot BN \cdot AB \cdot \sin(\angle ABN)$$

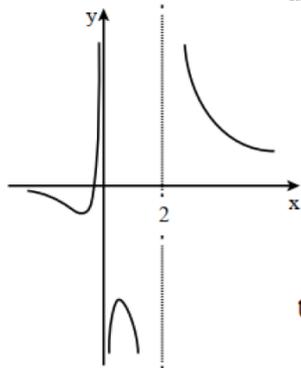
$$AN^2 = (2\sqrt{2})^2 + 6^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6 \cdot \sin(115.528)$$

$$AN^2 = 44 - 24\sqrt{2} \cdot \cos(115.528)$$

$$AN^2 = 58.627$$

$$AN = 7.656$$

6. בציוור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{4x+1}{ax^2-2x}$.
 a הוא פרמטר.



א. מצא את הערך של a .

הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

ב. מצא את תחום ההגדרה

של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים

של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $0 < x < 2$.

א) נשים לב כי כאשר $x=2$, ישנה אסימטוטה. כנראה $x=2$

$$a \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 = 0 \quad \text{לא צלחה הנוסחה. לכן:}$$

$$4a = 4$$

$$a = 1$$

$$x^2 - 2x \neq 0 \quad \text{ב) ג"כ:}$$

$$x \neq 0, x \neq 2 \quad \text{לכן,}$$

$$x^2 - 2x = 0 \quad \text{ג. נכרי:}$$

$$x(x-2) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x=0 \quad x=2$$

$$f'(x) = \frac{4(x^2-2x) - (4x+1) \cdot (2x-2)}{(x^2-2x)^2} \quad \text{ד)$$

$$f'(x) = \frac{4x^2 - 8x - 8x^2 + 8x - 2x + 2}{(x^2-2x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-4x^2 - 2x + 2}{(x^2-2x)^2}$$

ישארו. (בגרות) 0-1

$$-4x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \quad x = -1$$

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f'(x)$	-	0	+		+	0	-		-
$f(x)$	↘	min	↗		↗	max	↘		↘

$$f'(-2) = -\frac{5}{32}, \quad f'(-\frac{1}{2}) = \frac{32}{25}, \quad f'(\frac{1}{4}) = -6.53$$

$$f'(1) = -4, \quad f'(3) = -\frac{40}{9}$$

$$f(-1) = -1, \quad f(\frac{1}{2}) = -4$$

$$\min(-1, -1), \quad \max(\frac{1}{2}, -4)$$

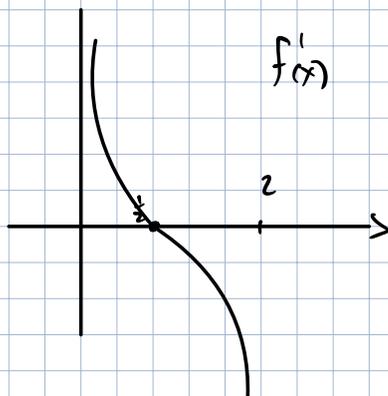
$$0 < x < \frac{1}{2} \quad \text{או} \quad -1 < x < 0 \quad \text{גבולות}$$

$$2 < x \quad \text{או} \quad \frac{1}{2} < x < 2 \quad \text{או} \quad x < -1 \quad \text{גבולות}$$

$$f'(x) = \frac{-4x^2 - 2x + 2}{(x^2 - 2x)^2} \quad (1) \quad (3)$$

- הדינמי. כמה לדינמי $f(x)$ מן נמצא בדינמי, לכן הדינמי כמה יום.
- $x=0, x=2$ נא לא נאנסי סר הדינמי, לכן אלו אס' דינמי.
- אס' דינמי סוכיני דינמי (קב) x^4 , הדינמי אס' דינמי.
- הדינמי דינמי דינמי דינמי, לכן $y=0$ דינמי אס' דינמי.

(2)



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+16}}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך שך גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
(3) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \leq 0$.

- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$.
ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $x \leq 0$.
ג. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין הצירים.

(1) (א) $x + 16 > 0$ טר"ב:

$x > -16$

(2) חי' ג'ק עם x: $(y=0)$

$$0 = \frac{4}{\sqrt{x+16}}$$

$$0 = 4$$

אין פתרון \emptyset

חי' ג'ק עם y: $(x=0)$

$$f(0) = \frac{4}{\sqrt{0+16}} = \frac{4}{\sqrt{16}} = \frac{4}{4} = 1$$

$(0, 1)$

(3) $x=16$ טר"ב: אם שני'ר. ואם לטר"ב.

$$f'(x) = \frac{0 \cdot \sqrt{x+16} - 4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+16}}}{x+16} \quad (4)$$

$$f'(x) = -\frac{2}{(x+16)\sqrt{x+16}}$$

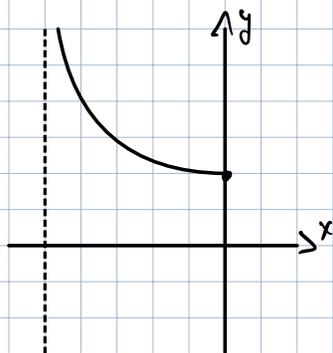
נשים לב כי, הנשכחת לא תגשים כל נגזר. לכן, נציב ב-
 ערך x גמור לפני סיומן הנשכחת נצטרך להאמתה של הפונקציה.

$$f'(0) = -\frac{2}{(0+16)\sqrt{0+16}} = \frac{-2}{16 \cdot 4} = -\frac{1}{32}$$

סיומן הנשכחת סלילי ולכן אמתה של הפונקציה היא ירידה באמצע.

תעולה: אין

תירידה: $-162x$



(5)

$$g(x) = f(x) - 2 \quad (1) \quad (2)$$

ביתקום x : $(y=0)$

$$0 = \frac{4}{\sqrt{x+16}} - 2$$

$$0 = 4 - 2\sqrt{x+16}$$

$$2\sqrt{x+16} = 4$$

$$\sqrt{x+16} = 2$$

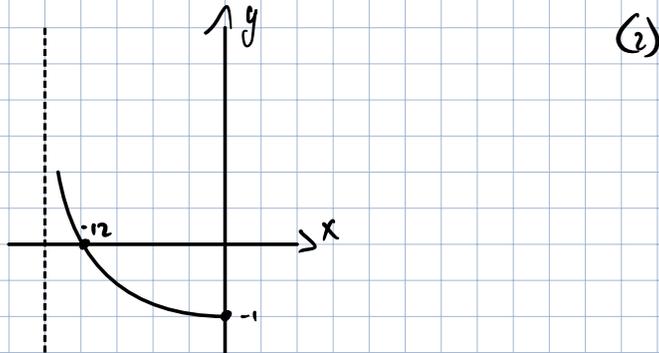
$$x+16=4$$

$$x=-12$$

$$(12, 0)$$

היטויק $y=0$

גם סרבי ה- y אורזי- ב' ח' צ' ג' א' ס' ה' . ע' נ' ו' : (0, -1)



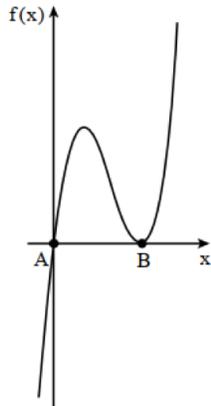
$$\int_{-12}^0 (0 - g(x)) dx \quad \text{ד) } g(x) \text{ (אצט) ג' א' צ' ב' ה' א' . ל' ו' נ' ח' ט' :}$$

$$\int_{-12}^0 \left(-\frac{4}{\sqrt{x+16}} + 2\right) dx = \int_{-12}^0 \left(-\frac{4}{\sqrt{x+16}} \cdot \frac{2}{2} + 2\right) dx$$

$$\int_{-12}^0 \left(-8 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+16}} + 2\right) dx = -8\sqrt{x+16} + 2x \Big|_{-12}^0$$

$$\Big|_{-12}^0 \left[-8\sqrt{0+16} + 2 \cdot 0 \right] - \left[-8\sqrt{-12+16} - 12 \cdot 2 \right] =$$

$$= -32 + 40 = 8$$



8. לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B, נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$. נתון: $x_A < x_C < x_B$.

(שיעור ה-x של הנקודה C נמצא בין שיעור ה-x של הנקודה A לשיעור ה-x של הנקודה B).

ב. מצא את שיעורי הנקודה C שעברה שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. האם הנקודה C היא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$? הסבר.

(k) ח'יר'ק עם x: $(y=0)$

$$0 = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$0 = x(x^2 - 6x + 9)$$

$$0 = x(x-3)^2$$

$$\downarrow$$

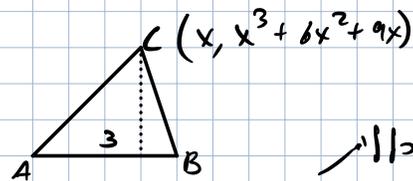
$$x=0$$

$$\downarrow$$

$$x=3$$

$$A(0,0)$$

$$B(3,0)$$



(ב)

(סימן טיגר עם כנף זה כולו)

על הטווח 3'יה בעלי $0 < x < 3$.

נשים האישול הוא AB. אורך AB הוא $3-0=3$.

הוא 3. אלה האישול הוא

עיק ה-y של c מחוץ עם ה-y של

היטל AB: $y=0$. AB: $y=0$ הוא

הוא עם ה-y של c.

(ג) $h = x^3 - 6x^2 + 9x$

$$S_{\triangle ABC} = f(x) = 3(x^3 - 6x^2 + 9x)$$

$$f'(x) = 3(3x^2 - 12x + 9)$$

$$0 = 3(3x^2 - 12x + 9)$$

$$0 < x < 3 / x=3$$

$$\downarrow$$

$$x=1$$

x	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f'(x)$		+		-	
$f(x)$		↗	max x	↘	

$$f'(\frac{1}{2}) = 11.25$$

$$f(2) = -9$$

0 < x < 3 הנקודה הקיצונית ABC נובת הנגזרת x=1 ועל

$$c(1, 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1)$$

$$c(1, 4)$$

(d) $c > 0$, נקודת הקיצון הנמוכה היא הנקודה הקיצונית הנמוכה. נקודת הקיצון הגבוהה היא הנקודה הקיצונית הגבוהה.
 $c = 0$ יש נקודת קיצון של $f(x)$.