

3. בסדרה חשבונית 44 איברים. סכום הסדרה כולה הוא $S_{44} = 2046$. סכום האיברים במקומות הזוגיים הוא $S_{\text{זוגיים}} = 1056$. מצא את שלושת האיברים הראשונים בסדרה.

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 44 \\ S_{44} = 2046 \\ S_{\text{זוגיים}} = 1056 \end{array} \right. \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{סדרה} \\ h = 22 \\ a_1 = a_2 \\ d = 2d \end{array} \right.$$

108:

$$S_{\text{זוגיים}} = \frac{22(2 \cdot a_1 + 2d(22-1))}{2}$$

$$S_{\text{זוגיים}} = 11(2a_1 + 2d + 42d) = 1056$$

$$S_{\text{זוגיים}} = 11(2a_1 + 44d) = 1056$$

$$S_{44} = \frac{44(2a_1 + d(44-1))}{2}$$

$$S_{44} = 22(2a_1 + 43d) = 2046$$

$$\begin{cases} \text{I} & 11(2a_1 + 44d) = 1056 \quad | : 11 \\ \text{II} & 22(2a_1 + 43d) = 2046 \quad | : 22 \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{I}} \quad 2a_1 + 44d = 96 \quad | -44d$$

$$2a_1 = \underline{96 - 44d} \quad \longrightarrow \quad 2a_1 = 96 - 44 \cdot 3$$

$$\textcircled{\text{II}} \quad \begin{matrix} \swarrow \\ 2a_1 + 43d = 93 \end{matrix}$$

$$2a_1 = -36$$

$$a_1 = -18$$

$$96 - 44d + 43d = 93$$

$$d = 3$$

$$a_1 = -18$$

$$a_2 = -15$$

$$a_3 = -12$$

7. בסדרה חשבונית יש $2n$ איברים. הפרש הסדרה הוא 12. סכום הסדרה כולה הוא 416. האיבר השישי גדול פי 7 מהאיבר הראשון. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים.

$$\begin{cases} \text{I} & d = 12 \\ \text{II} & S_{2n} = 416 \\ \text{III} & a_6 = 7a_1 \end{cases}$$

$$\text{(III)} \quad a_1 + 5d = 7a_1 \quad \text{(II)} \quad S_{2n} = \frac{2n(2a_1 + d(2n-1))}{2} = 416$$

$$5 \cdot 12 = 6a_1$$

$$10 = a_1$$

$$S_{2n} = n(20 + 24n - 12) = 416$$

$$8n + 24n^2 = 416$$

$$24n^2 + 8n - 416 = 0$$

$$n = 4 \quad n = \cancel{-\frac{13}{3}}$$

$$S_{\text{זוגיים}} = \frac{n(2a_2 + 2d(n-1))}{2}$$

$$S_{\text{זוגיים}} = \frac{4(2 \cdot 22 + 24 \cdot 3)}{2}$$

$$S_{\text{זוגיים}} = 232$$

10. בסדרה חשבונית מספר אי זוגי של איברים. סכום האיברים במקומות האי זוגיים

הוא 112. האיבר השלישי גדול פי 5 מהאיבר הראשון.

א. הראה כי $a_2 = 3a_1$

ב. ידוע כי האיבר הרביעי גדול ב-24 מהאיבר הראשון, מצא את סכום

הסדרה כולה.

סדרת איברים - $2k+1$

(כ)

$$\sum_{k=1}^n a_k = 112$$

$$a_3 = 5a_1$$

$$a_1 + 2d = 5a_1$$

$$2d = 4a_1$$

$$d = 2a_1$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_2 = a_1 + 2a_1$$

$$a_2 = 3a_1$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_1 + 3d = a_1 + 24$$

$$d = 8$$

$$d = 2a_1$$

$$8 = 2a_1$$

$$a_1 = 4$$

(כ)

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{(n+1)(2 \cdot a_1 + 2d(n-1))}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{(n+1)(8 + 16n)}{2} = \frac{(n+1)(4 + 8n) \cdot 2}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n a_k = 4n + 8n^2 + 4 + 8n = 112$$

$$8k^2 + 12k - 108 = 0$$

$$k = 3$$

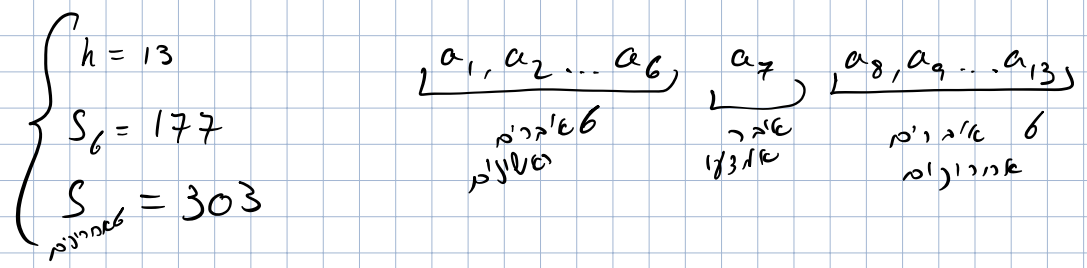
$$k = \cancel{4.5}$$

$$2k+1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$S_7 = \frac{7(8 + 8 \cdot 6)}{2}$$

$$S_7 = 196$$

3. בסדרה חשבונית בעלת 13 איברים, סכום 6 האיברים הראשונים הוא 177. סכום 6 האיברים האחרונים הוא 303. מצא את האיבר האמצעי.



$$S_6 = \frac{6}{2} \cdot (2a_1 + 5d) = 177$$

$$\textcircled{1} 2a_1 + 5d = 59$$

$$S_6 = \frac{6}{2} \cdot (2 \cdot a_8 + 5d) = 303$$

$$2(a_1 + 7d) + 5d = 101$$

$$2a_1 + 19d = 101$$

$$\textcircled{2} 2a_1 = 101 - 19d$$

$$\textcircled{1} 101 - 19d + 5d = 59$$

$$42 = 14d$$

$$d = 3$$

$$\textcircled{2} 2a_1 = 101 - 19 \cdot 3$$

$$a_1 = 22$$

$$\left. \begin{aligned} a_7 &= a_1 + 6d \\ a_7 &= 22 + 18 \\ a_7 &= 40 \end{aligned} \right\}$$

6. בסדרה חשבונית 30 איברים. סכום 12 האיברים הראשונים הוא -336. סכום 8

האיברים שאחריהם הוא 96.

א. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.

ב. חשב את סכום הסדרה.

$$h = 30$$

(c)

$$\sum_{n=1}^{12} a_n = \frac{12(2a_1 + 11d)}{2} = -336$$

$$6(2a_1 + 11d) = -336$$

$$(1) \quad 2a_1 + 11d = -56$$

$$\sum_{n=13}^{20} a_n = \frac{8(2a_{13} + 7d)}{2} = 96$$

$$4(2a_1 + 24d + 7d) = 96$$

$$2a_1 + 31d = 24$$

$$(2) \quad 2a_1 = 24 - 31d$$

$$(1) \quad 24 - 31d + 11d = -56$$

$$80 = 20d$$

$$d = 4$$

$$(2) \quad 2a_1 = 24 - 31 \cdot 4$$

$$2a_1 = -100$$

$$a_1 = -50$$

$$S_{30} = \frac{30(2 \cdot (-50) + (30-1) \cdot 4)}{2} \quad (2)$$

$$S_{30} = 15(-100 + 116)$$

$$S_{30} = 15 \cdot 16$$

$$S_{30} = 240$$

52 י"ד

12. בסדרה $2n + 1$ איברים. האיבר האמצעי הוא -5 , סכום n האיברים האחרונים הוא

-105 וסכום n האיברים הראשונים הוא 5 .

א. מצא את n

ב. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה

$$a_{h+1} = -5$$

$$\sum_{h=1}^n a_h = -105$$

$$\sum_{h=1}^n a_h = 5$$

$$a_{h+1} = a_1 + (h+1-1)d = -5$$

$$a_1 + hd = -5$$

$$\textcircled{I} \quad a_1 = -5 - hd$$

$$\sum_{h=1}^n a_h = \frac{n(2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot d)}{2} = 5$$

$$\textcircled{\text{I}} \quad S_{\text{arithmetic}} = n(2a_1 + nd - d) = 10$$

$$S_{\text{arithmetic}} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2} = -105$$

$$= n(2a_1 + (n+2-1)d) + (n-1)d = -210$$

$$n(2a_1 + 2(n+1)d + (n-1)d) = -210$$

$$n(2a_1 + 2nd + 2d + nd - d) = -210$$

$$n(2a_1 + 3nd + d) = -210$$

$$\textcircled{\text{II}} \quad n(2a_1 + (3n+1)d) = -210$$

$$\textcircled{\text{I}} \quad n(2 \cdot (-5 - nd) + nd - d) = 10$$

$$n(-10 - 2nd + nd - d) = 10$$

$$n(-10 - nd - d) = 10$$

$$n(-10 - d(n+1)) = 10 \quad | : n$$

$$-10 - d(n+1) = \frac{10}{n}$$

$$-10 - \frac{10}{n} = d(n+1)$$

$$\frac{-10n - 10}{n} = d(n+1) \quad | : n+1 \neq 0$$

$$\frac{-10(n+1)}{n(n+1)} = d$$

$$\frac{-10}{n} = d$$

$$\textcircled{I} \quad a_1 = -5 - h \cdot \frac{10}{h}$$

$$a_1 = -5 + 10$$

$$a_1 = 5$$

$$\textcircled{II} \quad h(2 \cdot 5 + (3h+1) \cdot (-\frac{10}{h})) = -210$$

$$h(10 - 30 - \frac{10}{h}) = -210$$

$$-20h - 10 = -210$$

$$200 = 20h$$

$$10 = h$$

$$d = -1$$

1. בסדרה חשבונית 12 איברים. סכום 6 האיברים הראשונים הוא 45. האיבר ה-3 שווה

לאיבר החמישי בריבוע. מהו סכום 6 האיברים האחרונים?

$$\begin{aligned}
 n &= 12 \\
 S_6 &= 45 \\
 a_3 &= a_5^2 \\
 S_{\text{אחרונים}} &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet 45 &= \frac{6(2a_1 + (6-1)d)}{2} \\
 45 &= 3(2a_1 + 5d) \\
 15 &= 2a_1 + 5d \\
 5d &= 15 - 2a_1 \\
 d &= 3 - \frac{2}{5}a_1
 \end{aligned}$$

$$\bullet a_1 + 2d = (a_1 + 4d)^2$$

$$a_1 + 2\left(3 - \frac{2}{5}a_1\right) = \left(a_1 + 4\left(3 - \frac{2}{5}a_1\right)\right)^2$$

$$a_1 + 6 - \frac{4}{5}a_1 = \left(a_1 + 12 - \frac{8}{5}a_1\right)^2$$

$$\frac{a_1}{5} + 6 = \left(-\frac{3}{5}a_1 + 12\right)^2 \cdot 5$$

$$a_1 + 30 = 5\left(\frac{9}{25}a_1^2 - 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot 12a_1 + 144\right)$$

$$a_1 + 30 = \frac{9}{5}a_1^2 - 72a_1 + 720$$

$$0 = \frac{9}{5}a_1^2 - 73a_1 + 690$$

$$a_1 = 15$$

$$d = 3 - \frac{2}{5} \cdot 15$$

$$d = 3 - 6$$

$$d = -3$$

$$\sum_{\text{באזניים}} = \frac{6(2 \cdot a_7 + (6-1)(-3))}{2}$$

$$\sum_{\text{באזניים}} = 3(2(a_1 + 6d) - 15)$$

$$\sum_{\text{באזניים}} = 3(2(15-18) - 15)$$

$$\sum_{\text{באזניים}} = 3(-6 - 15)$$

$$\sum_{\text{באזניים}} = -63$$

55 נ"ל

9. בסדרה חשבונית $2n$ איברים. סכום שני האיברים האמצעיים גדול ב-5 מהאיבר האחרון. מצא את האיבר הראשון.

$$a_h + a_{h+1} = 5 + a_{2h}$$

$$\cancel{a_1} + (h-1)d + \cancel{a_1} + (h+1-1)d = 5 + \cancel{a_1} + (2h-1)d$$

$$\cancel{h}d - \cancel{d} + \cancel{a_1} + \cancel{h}d = 5 + \cancel{2hd} - \cancel{d}$$

$$a_1 = 5$$