

3. ABCDA'B'C'D' היא תיבה שבסיסה ריבוע, הנקודה E היא נקודת מפגש אלכסוני בסיס התיבה.
נתון: $AD = 2$ ס"מ, $AA' = 6.5$ ס"מ.
מצא את הזווית שבין הישר EC' לחצי האלכסון EC.

נתון תיבה שלפניסה ריבוע + $AD = 2$, לפי הנתון הריבוע הריבועים
שלו 2.

נתונה כל הנתונים הריבועיים שווים + $AA' = 6.5$, לפי $CC' = 6.5$
על מנת למצוא במשולש ABC :

יש צורך ΔABC , גסים התיבה ריבוע.

$$\text{פיתגורס}, AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$2^2 + 2^2 = AC^2$$

$$AC = 2\sqrt{2}$$

הריבוע האלכסוניים חוצים זה את זה, $AE = EC$

$$AE = EC, AC = 2EC$$

$$2\sqrt{2} = 2EC$$

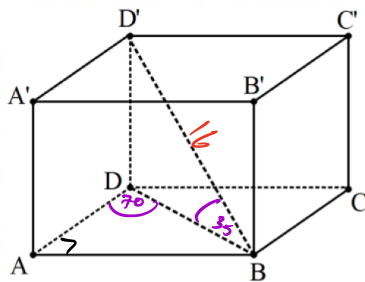
$$\sqrt{2} = EC$$

על מנת למצוא במשולש ECC'

$$\tan(\alpha) = \frac{CC'}{EC}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{6.5}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = 77.725^\circ$$



6. ABCDA'B'C'D' היא תיבה שבסיסה מלבן.

נתון: $BD' = 16$ ס"מ, $\angle DBD' = 35^\circ$,

$\angle ADB = 70^\circ$. חשב את נפח התיבה.

$$\cos(35) = \frac{DB}{16}$$

$$DB = 16 \cdot \cos(35)$$

$$DB = 13.106$$

הצדק המשולש D'DB

$$\sin(35) = \frac{DD'}{16}$$

$$DD' = \sin(35) \cdot 16$$

$$DD' = 9.177$$

$$\sin(70) = \frac{AD}{DB}$$

$$AD = \sin(70) \cdot 13.106$$

$$AD = 12.316$$

הצדק המשולש ADB

$$\cos(70) = \frac{AD}{DB}$$

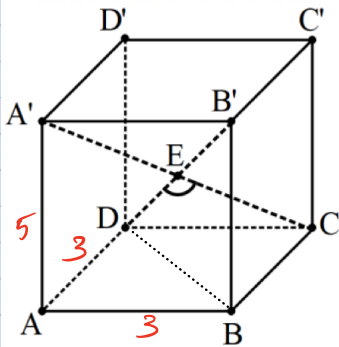
$$AD = \cos(70) \cdot 13.106$$

$$AD = 4.482$$

$$V_{\text{תיבה}} = AB \cdot AD \cdot DD'$$

$$V_{\text{תיבה}} = 12.316 \cdot 4.482 \cdot 9.177$$

$$V_{\text{תיבה}} = 506.585$$



10. $ABCD A'B'C'D'$ היא תיבה שבסיסה ריבוע, E היא

נקודת המפגש של שני אלכסוני התיבה DB' ו- $A'C'$.

נתון: $AB = 3$ ס"מ, $AA' = 5$ ס"מ.

מצא את גודל הזווית $\angle DEC$ (ראה ציור)

AC , BC ג'יאוטר

ג'יאוטר ג' - $\triangle ADB$

$AB = AD$, ג'יאוטר כיבול טווטר.

$\neq A = 90^\circ$, ג'יאוטר כיבול טווטר 90° .

ג'יאוטר, $AD^2 + AB^2 = DB^2$

$$3^2 + 3^2 = DB^2$$

$$DB = 3\sqrt{2}$$

ג'יאוטר ג' - $\triangle DBB'$

$AA' = BB'$, מקבילי ג'יאוטר כיבול טווטר.

ג'יאוטר, $DB^2 + BB'^2 = DB'^2$

$$18 + 25 = DB'^2$$

$$DB' = \sqrt{43}$$

ג'יאוטר, $DE = \frac{1}{2} DB'$, ג'יאוטר כיבול טווטר.

$$DE = \frac{\sqrt{43}}{2}$$

$DB' = A'C$ שלבסני הת'בה שווים זה אזה.

$EC = \frac{1}{2} A'C$ חצ'ים זה אזה.

$$EC = \frac{\sqrt{43}}{2}$$

אזיבה ? - $\angle DEC$

$DC = 3$, נס'ם הת'בה פ'קול'.

$\angle DEC = \alpha$ ז'נו'ם.

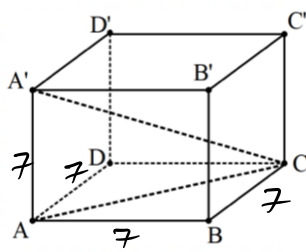
הק'וס'נו'ם, $DC^2 = DE^2 + EC^2 - 2 \cdot DE \cdot EC \cdot \cos(\alpha)$

$$9 = \frac{43}{4} + \frac{43}{4} - 2 \cdot \frac{43}{4} \cdot \cos(\alpha)$$

$$\frac{43}{2} \cdot \cos(\alpha) = \frac{25}{2}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{25}{43}$$

$$\alpha = 54.451^\circ$$



3. ABCDA'B'C'D' היא קובייה שנפחה 343 סמ"ק. על פי נתון זה, חשב את הזווית שבין אלכסון הבסיס AC לאלכסון הקובייה A'C.

כיון שקוביות הן קוביות שוליים + מ'ון $AD = AB = AA' = x$

$$V_{\text{קוביה}} = AD \cdot AB \cdot AA' = 343$$

$$\rightarrow x^3 = 343$$

$$x = 7$$

קוביה ב - ΔABC :

כיון שקוביות הן קוביות שוליים. $AB = BC = 7$

$$\text{ג'יורג'וס, } AB^2 + BC^2 = AC^2$$

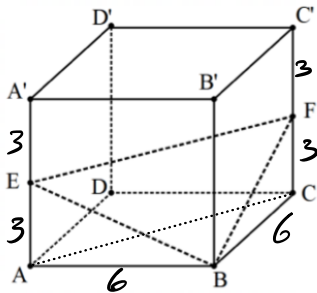
$$7\sqrt{2} = AC$$

קוביה ב - $\Delta A'AC$:

$$\text{מ'ון } \angle A'CA = \alpha$$

$$\tan(\alpha) = \frac{7}{7\sqrt{2}}$$

$$\alpha = 35.264^\circ$$



9. ABCD A'B'C'D' היא קובייה.

הנקודות E ו-F הן מרכזי המקצועות AA' ו-CC' בהתאמה.

נתון: אורך מקצוע הקובייה הוא 6 ס"מ. על פי נתונים אלו,

מצא את שטח המשולש $\triangle EBF$.

$$\text{גובה } \triangle EAB$$

$$\text{במקום } D, EA^2 + AB^2 = EB^2$$

$$9 + 36 = EB^2$$

$$EB = 3\sqrt{5}$$

$$\text{גובה } \triangle BFC$$

$$\text{במקום } D, BC^2 + FC^2 = BF^2$$

$$9 + 36 = BF^2$$

$$BF = 3\sqrt{5}$$

אורך אג"ד AC במנ"ח 50.

$$\text{גובה } \triangle ABC$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$6^2 + 6^2 = AC^2$$

$$AC = 6\sqrt{2}$$

שגיאה במרכז AEFc

מקבילים, $AE \parallel Fe$ (כזוהי שגיאה במקובע).

$$AE = Fe$$

שגיאה AEFc \neq

שגיאה, $EF = Ac = 6\sqrt{3}$ (שגיאה במקבילים 10 + כלל המלבן).

שגיאה במלבן EBF

$$EF^2 = BF^2 + BE^2 - 2 \cdot BF \cdot BE \cdot \cos(\angle EBF)$$

$$72 = 45 + 45 - 2 \cdot 45 \cdot \cos(\angle EBF)$$

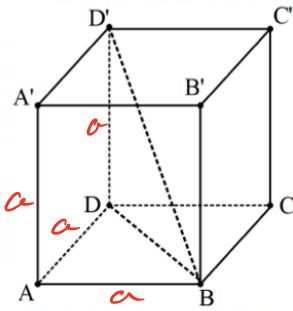
$$90 \cos(\angle EBF) = 18$$

$$\cos(\angle EBF) = \frac{1}{5}$$

$$\angle EBF = 78.463$$

$$S_{\triangle EBF} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sin(78.463)}{2}$$

$$S_{\triangle EBF} = 20.045$$



12. ABCDA'B'C'D' היא קובייה.

נתון: $AB = a$. על פי נתונים אלו:

א. בטא באמצעות a את שטח המשולש $\triangle DD'B$.

ב. מצא את גודל הזווית $\angle DBD'$.

(E) כן וגם $AB = AD = DD' = a$, כל גודל $\angle A = 90^\circ$,
 $\angle A = 90^\circ$, $\square ABCD$ רגול .

$$\text{ע"פ תנאים, } AD^2 + AB^2 = BD^2$$

$$2a^2 = BD^2$$

$$BD = \sqrt{2}a$$

$$S_{\triangle DD'B} = \frac{BD \cdot DD'}{2}$$

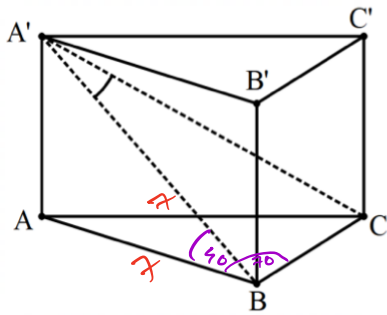
$$S_{\triangle DD'B} = \frac{\sqrt{2}a \cdot a}{2}$$

$$S_{\triangle DD'B} = \frac{a^2}{\sqrt{2}}$$

$$\angle DBD' = \alpha \text{ (E)}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = 35.26$$



4. ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת וישרה שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים (AC = AB). נתון: 7 ס"מ AB, $\angle ABA' = 40^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$. על פי נתונים אלו, מצא את הזווית המסומנת $\angle BA'C$.

עבודה במשולש A'AB:

$$\tan(40) = \frac{AA'}{7}$$

$$AA' = 7 \tan(40)$$

$$AA' = 3.356$$

$$\cos(40) = \frac{7}{A'B}$$

$$A'B = \frac{7}{\cos(40)}$$

$$A'B = 9.137$$

מנסרה משולשת וישרה שלבש"ל, 2 להטותה הן שני הלבנים שווים. במקרה הזה $A'B'BA = A'C'CA$. לבן שלבש"ל הלבנים שווים שווים לבן, $9.137 = A'B = A'C$.

עבודה במשולש ABC:

זווית הסיס במש"ל שווה, $\angle B = \angle C = 70^\circ$

זווית במש"ל, $\angle A = 40^\circ$

$$\text{מש"ל הסני'ים}, \sin(40) = \frac{BC}{7}$$

$$BC = \frac{7 \cdot \sin(40)}{\sin(70)}$$

$$BC = 4.788$$

$$\begin{array}{l} \therefore A'B'C \quad \text{والمثل } \text{والمثل} \\ \cdot \text{المثل } \quad \neq B'A'C = \alpha \end{array}$$

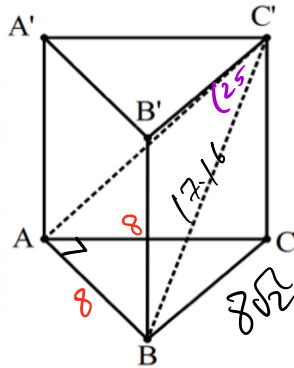
$$BC^2 = A'B^2 + A'C^2 - 2 \cdot A'B \cdot A'C \cdot \cos(\alpha)$$

$$22.927 = 166.97 - 166.97 \cdot \cos(\alpha)$$

$$166.97 \cos(\alpha) = 144.042$$

$$\cos(\alpha) = 0.862$$

$$\alpha = 30.38$$



8. מתוך בגרות קיץ 2001 מועד ב'

הבסיס של מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$

הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.

נתון: $AB = AC = 8$ ס"מ.

הזווית בין הפאה $BCC'B'$ ובין האלכסון $A'C$ היא 25° .

א. מהו גודל זווית $\angle C'BA$?

ב. חשב את האורך של BC' .

ג. מצא את נפח המנסרה.

(א) $\angle C'BA = 90^\circ$, $AB \perp$ פאה $BCC'B'$ ולכן לאורך AB ויש \angle הנמצא שטוחה זרוע סקבו.

$$\tan(25) = \frac{8}{BC'}$$

$$BC' = \frac{8}{\tan(25)}$$

$$BC' = 17.156$$

(ב) עבודה במשולש ABC :

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$128 = BC^2$$

$$BC = 8\sqrt{2}$$

עבודה במשולש BCC' :

$$BC^2 + CC'^2 = BC'^2$$

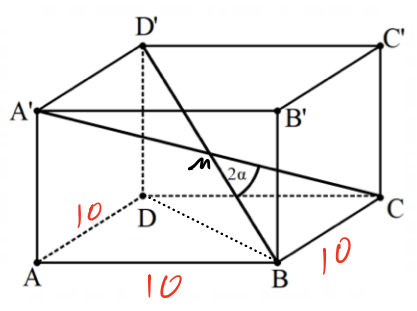
$$128 + CC'^2 = 294.33$$

$$CC' = 12.9$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32$$

$$V_{\text{коло}} = S_{\triangle ABC} \cdot CC'$$

$$V_{\text{коло}} = 32 \cdot 12.9 = 412.8$$



1. מתוך בגרות קיץ 1998
 נתונה תיבה ריבועית $ABCD A'B'C'D'$.
 שבסיסה ריבועים.
 אורך צלע הבסיס הוא 10 ס"מ, הזווית בין
 אלכסוני התיבה BD' ו- CA' היא 2α .
 הבע את נפח התיבה באמצעות α .

(זכור שגובה DB נקרא DB ו- DB' נקרא DB')
 M הוא מרכז מסלולן הריבוע.

הנני מניח - $\triangle ADB$

ג'ירטורס, $AD^2 + AB^2 = DB^2$
 $100 + 100 = DB^2$
 $DB = 10\sqrt{2}$

הנני מניח - $\triangle MB$

$MB = MC$, שאלכסוני הריבוע נחתכים במרכז M .
 $\triangle MB$ שווה שוקיים, $MB = MC$.

סכום הזוויות $\angle MB$ ו- $\angle MC$ הוא 180° .
 $\angle MB = \angle MC = 90 - \alpha$

המשוואה הסגורה, $\frac{MB}{\sin(90-\alpha)} = \frac{10}{\sin(2\alpha)}$

כל $\sin(90-\alpha) = \cos(\alpha)$ / $MB = \frac{10 \cdot \sin(90-\alpha)}{\sin(2\alpha)}$

$\sin(2\alpha) = 2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)$

$$MB = \frac{5 \cdot \cos(\alpha)}{2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)}$$

$$MB = \frac{5}{\sin(\alpha)}$$

היחס בין MB ל- $D'B$, $D'B = 2MB$

$$D'B = \frac{10}{\sin(\alpha)}$$

! $DD'B$ צורת Δ , \rightarrow שימוש

$$DB^2 + DD'^2 = BD'^2$$

$$200 + DD'^2 = \frac{100}{\sin^2 \alpha}$$

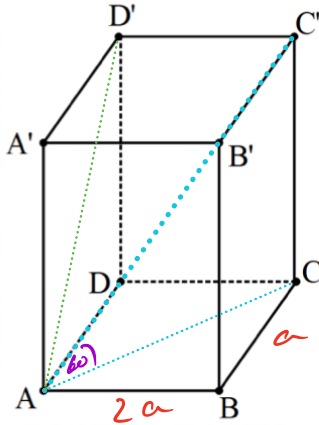
$$DD' = \sqrt{\frac{100}{\sin^2 \alpha} - 200}$$

$$DD' = 10 \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 2}$$

$$V_{\text{גובה}} = DD' \cdot AD \cdot AB$$

$$V_{\text{גובה}} = 1000 \sqrt{\frac{100}{\sin^2 \alpha} - 200}$$

15. מתוך בגרות מאי 2021



נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה מלבן.

נתון: $AB = 2a$, $BC = a$. הזווית שבין AC' ובין הבסיס

$ABCD$ היא 60° .

א. הבע באמצעות a את גובה התיבה.

נתון כי שטח המעטפת של התיבה (סכום שטחי הפאות

הצדדיות) הוא 116.19 סמ"ר.

ב. מצא את a .

ג. מצא את גודל הזווית שבין AD' ובין אחד מאלכסוני התיבה.

ד. מצא את שטח המרובע $AD'C'B$.

הצדדיות - ק' ΔABC

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$4a^2 + a^2 = AC^2$$

$$AC = \sqrt{5}a$$

הגובה - ק' $\Delta AC'C$

$$\tan(\omega) = \frac{CC'}{AC}$$

$$\tan(\omega) = \frac{CC'}{\sqrt{5}a}$$

$$CC' = \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} \cdot a$$

$$CC' = \sqrt{15} \cdot a$$

(ג) דרישה כי שני הזוויות הן זוויות ישרות.

$$S(AA'B'B \text{ ו- } DD'C'C) = CC' \cdot DC = 2\sqrt{15}a^2$$

$$S(AA'D'D \text{ ו- } BB'C'C) = CC' \cdot BC = \sqrt{15}a^2$$

$$S_{\text{כולל}} = 2 \cdot (2\sqrt{15}a^2) + 2 \cdot (\sqrt{15}a^2) = 116.19$$

$$6\sqrt{15}a^2 = 116.19$$

$$a^2 = 5$$

$$a = \sqrt{5}$$

∴ ACC' זווית ישרה (ד)

$$AC = \sqrt{15} \cdot a = \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} = 5$$

$$\cos(60) = \frac{AC}{AC'}$$

$$AC' = \frac{5}{\cos(60)}$$

$$AC' = 10$$

$$D'C' = 2a = 2\sqrt{5}$$

∴ AD'C' זווית ישרה

$$\angle D'AC' = \alpha$$

$$\sin(\alpha) = \frac{2\sqrt{5}}{10}$$

$$\sin(\alpha) = 26.565$$

3) הצורה הנכונה $AD'C'$

$$\cos(26.565) = \frac{AD'}{10}$$

$$AD' = 8.944$$

AD' = BC', ארכיונים המאונכים שלווים.

$$AB = DC \quad \text{גודלם הטרביז הלבן}$$

$$DC = D'C' \quad \text{בצורה של ציור שווה של שני הצדדים}$$

$$AB = D'C' \quad \text{כיון הנצטרך}$$

$$\angle AD'C' = 90^\circ$$

נחשב את AD'C'B הלבן.

$$S_{\text{לבן}} = AD' \cdot AB = 8.944 \cdot 2151$$

$$S \approx 19230 \text{ יחידות}^2$$