עמ' 40

$\int(-6e^x - 2x)dx$ .4

$= -6e^x - \frac{2x^2}{2} + c = -6e^x - x^2 + c$

$\int e^{-4x+1}dx$ .8

$= \frac{e^{-4x+1}}{-4} + c$

$\int 2e^{8x+3}dx$ .9

$= \frac{2e^{8x+3}}{8} + c = \frac{e^{8x+3}}{4} + c$

$\int (e^{\frac{3x+3}{6}} + \frac{1}{e^{-x}})dx$ .12

$= \int (e^{\frac{3(x+1)}{6}} + \frac{1}{\frac{1}{e^x}})\,dx$

$= \int (e^{\frac{x+1}{2}} + e^x)\,dx = \frac{e^{\frac{x+1}{2}}}{\frac{1}{2}} + e^x + c$

$= 2e^{\frac{x+1}{2}} + e^x + c$

42 עמ'

$\int 6^{3x-1}dx$ .4

$$= \frac{6^{3x-1}}{3\ln(6)} + c$$

$\int 2^{4x}\,dx$ .6

$$= \frac{2^{4x}}{4\cdot\ln(2)} + c$$

$\int \frac{1}{7^x}dx$ .7

$$= \int 7^{-x}dx = \frac{7^{-x}}{-1\cdot\ln(7)} + c = -\frac{7^{-x}}{\ln(7)} + c$$

96 עמ'

$\int \left(\frac{5}{x} - \frac{x}{5}\right)dx$ .4

$$= \int \left(5\cdot\frac{1}{x} - \frac{1}{5}\cdot x\right)dx = 5\cdot\ln(|x|) - \frac{1}{5}\cdot\frac{x^2}{2} + c$$

$$= 5\ln(|x|) - \frac{x^2}{10} + c$$

$\int \left(\frac{1}{2x+1}\right)dx$ .6

$$= \frac{\ln(|2x+1|)}{2} + c$$

$\int \frac{3}{5-6x}dx$ .7

$$= \int \left(3\cdot\frac{1}{5-6x}\right)dx = \frac{3\cdot\ln(|5-6x|)}{-6} + c$$

$$= -\frac{\ln(|5-6x|)}{2} + c$$

$\int \frac{x^2-3x}{x^2}$ .9

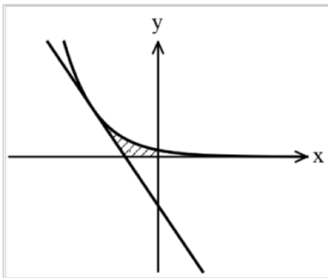
$$= \int \left(\frac{x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2}\right) dx = \int \left(1 - \frac{3}{x}\right) dx$$

$$= x - 3\ln(|x|) + c$$

$\int \frac{3}{7-6x} dx$ .12

$$= \frac{3\ln(|7-6x|)}{-6} + c = -\frac{\ln(|7-6x|)}{2} + c$$

7. **מתוך בגרות קיץ 2005**



נתונה הפונקציה $f(x) = e^{-2x}$. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$ (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).

א) נמצא נק' ושיפוע.

תחילה נציב $x=-1$ ב-$f(x)$ ונגלה את ערך ה-y בנק'.

$$f(-1)=e^{-2\cdot(-1)}=e^{2} \qquad (-1,e^{2})$$

כעת נגזור ונציב $x=-1$ ב-$f'(x)$, כך נגלה את השיפוע.

$$f'(x)=-2e^{-2x}$$

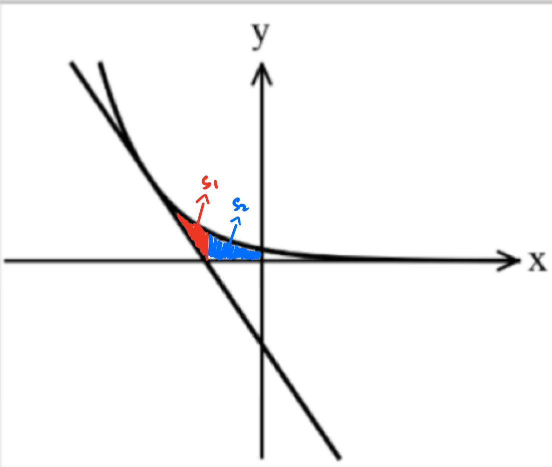
$$f'(-1)=-2e^{2}=m$$

משוואת המשיק:

$$y-e^{2}=-2e^{2}(x+1)$$

$$y=-2e^{2}x-2e^{2}+e^{2}$$

$$y=-2e^{2}x-e^{2}$$



ב) נשים לב כי יש לחלק את השטח לשני שטחים מכיוון שהפונקציה התחתונה מתחלפת לאורך השטח הנ"ל.
ערך ה-x שבו מתחלפות הפונקציות היא חיתוך המשיק עם ציר x.

חיתוך המשיק עם ציר x:

$$0 = -2e^2x - e^2$$

$$0 = -e(2x+1)$$

$$2x+1=0$$

$$x=-\frac{1}{2}$$

$$\boxed{S_{\text{מבוקש}} = S_1 + S_2}$$

מכאן:

$$S_1 = \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} (f(x) - y)\,dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} (e^{-2x} + 2e^2x + e^2)\,dx$$

$$S_1 = \frac{e^{-2x}}{-2} + \frac{\cancel{2}e^2x^2}{\cancel{2}} + e^2x$$

$$S_1 = -\frac{e^{-2x}}{2} + e^2x^2 + e^2x$$

$$\Big/_{-1}^{-\frac{1}{2}} \left[-\frac{e^{-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}}{2} + e^{2}\cdot\left(-\tfrac{1}{2}\right)^{2} + e^{2}\cdot\left(-\tfrac{1}{2}\right) \right]_{x=-\frac{1}{2}} -$$

$$\left[-\frac{e^{-2(-1)}}{2} + e^{2}\cdot(-1)^{2} + e^{2}\cdot(-1) \right]_{x=-1} =$$

$$S_1 = \frac{-e}{2} + \frac{e^2}{4} - \frac{e^2}{2} - \left(-\frac{e^2}{2} + \cancel{e^2} - \cancel{e^2} \right) =$$

$$S_1 = -\frac{e}{2} + \frac{e^2}{4}$$

$$S_1 = 0.497$$

$$S_2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{0} e^{-2x}\,dx = \frac{e^{-2x}}{-2} \Big/_{-\frac{1}{2}}^{0} \left[\frac{e^{0}}{-2} \right]_{x=0} - \left[\frac{e^{1}}{-2} \right]_{x=-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} + \frac{e}{2}$$

$$S_2 = \frac{e-1}{2}$$

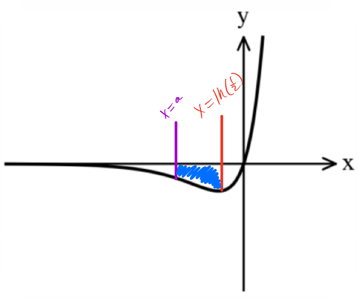
$$S_{\text{מבוקש}} = 0.497 + \frac{e-1}{2}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 1.356$$

8. **מתוך בגרות קיץ 2007**

נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - e^{x}$.

לפונקציה יש מינימום , כמתואר בציור.



א. מצא את שיעור ה-x של נקודת המינימום של הפונקציה.

מנקודת המינימום של הפונקציה העבירו אנך לציר ה-x . נתון כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה , על ידי ציר ה-x על ידי האנך ועל ידי הישר $x = a$ שווה ל $3e^{2a} - e^{a}$ כאשר $a < ln\frac{1}{2}$.

ב. מצא את הערך של a . תוכל להשאיר ln בתשובותיך

א)

$$f'(x) = 2e^{2x} - e^{x}$$

$$0 = 2e^{2x} - e^{x}$$

$$0 = e^{x}(2e^{x} - 1)$$

תמיד חיובי

$$2e^{x} - 1 = 0$$

$$2e^{x} = 1$$

$$e^{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = ln(\tfrac{1}{2})$$

מכיוון שזוהי שאלת בגרות
שמבקשת את הנגזרת + נתון
שיש נקו' מינ', נוכל להסיק
כי $x=ln(\frac{1}{2})$ נק' מינ' מבלי
להשתמש בטבלה.

(ა

$$\int_a^{\ln(\frac{1}{2})} (0 - fx)\,dx = \int_a^{\ln(\frac{1}{2})} (-e^{2x} + e^{x})\,dx$$

$$= \Big/_a^{\ln(\frac{1}{2})} \frac{-e^{2x}}{2} + e^{x} = \Big/_a^{\ln(\frac{1}{2})} \quad x = \ln(\tfrac{1}{2}) \quad \left[\frac{-e^{2\cdot\ln(\frac{1}{2})}}{2} + e^{\ln(\frac{1}{2})}\right] - \left[\frac{-e^{2a}}{2} + e^{a}\right]$$

$$= -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{e^{2a}}{2} - \cancel{e^{a}} = 3e^{2a} \cancel{-e^{a}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3}{8} + \frac{e^{2a}}{2} = 3e^{2a} \quad / \cdot 8$$

$$3 + 4e^{2a} = 24e^{2a}$$

$$3 = 20e^{2a}$$

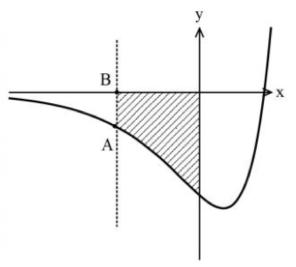
$$e^{2a} = \frac{3}{20}$$

$$2a = \ln\left(\frac{3}{20}\right)$$

$$a = \frac{\ln(\frac{3}{20})}{2} = -0.948$$

9. **מתוך בגרות קיץ 2011 מועד ב'**

נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 3e^{x}$ בתחום $x \le 0$.



ישר המאונך לציר ה-x חותך את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה A ואת ציר ה-x הוא חותך בנקודה B (ראה ציור)

. נתון כי אורך הקטע AB הוא 1.25.

$(AB = y_b - y_a)$

א. מצא את שיעור ה-x של הנקודה A .

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הקטע AB .

א) מהנתון $AB = y_B - y_a$ נציב: $\underset{AB}{1.25} = \underset{y_B}{0} - y_a$

מכאן $y_B = -1.25$

נציב שיעור ה-y בפונקציה ונמצא שיעור ה-x.

$$-1.25 = e^{2x} - 3e^{x}$$

נסמן $t = e^{x}$

$$0 = t^2 - 3t + 1.25$$

$$t_1 = \frac{1}{2} \qquad t_2 = \frac{5}{2}$$

$$e^{x} = \frac{1}{2} \qquad e^{x} = \frac{5}{2}$$

$$0 > x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \qquad x = \ln\left(\cancel{\frac{5}{2}}\right) > 0$$

שלא בתחום $x<0$

לכן נפסל.

ב)

$$\int_{\ln(\frac{1}{2})}^{0} (0 - f(x))\,dx = \int_{\ln(\frac{1}{2})}^{0} (-e^{2x} + 3e^{x})\,dx$$

$$= -\frac{e^{2x}}{2} + 3e^{x} \Big/_{\ln(\frac{1}{2})}^{0} \underset{x=0}{\left[-\frac{e^{2\cdot 0}}{2} + 3e^{0} \right]} - \underset{x=\ln(\frac{1}{2})}{\left[-\frac{e^{2\cdot \ln(\frac{1}{2})}}{2} + 3e^{\ln(\frac{1}{2})} \right]} =$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{8} - \frac{3}{2} = 1\frac{1}{8}$$

יח"ר

עמ' 48

1. **מתוך בגרות קיץ 2018**

נתונה הפונקציה $f(x)=ae^{x}-9e^{-x}$. a הוא פרמטר .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה .

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=\ln(3)$ הוא 6.

ב. מצא את a.פרט את חישוביך .

הצב $a=1$ וענה על הסעיפים ג-ד .

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x)עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה f(x)(אם יש כאלה)

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x) .

ד. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה f(x) ועל ידי הצירים .

א) ת"ה: כל x.

ב) מהנתונים נבנה את המשוואה הבאה: $f'(\ln(3))=6$

$f'(x)=ae^{x}-9e^{-x}(\cdot-1)$

$f'(x)=ae^{x}+9e^{-x}$

$6=a\cdot e^{\ln(3)}+9e^{-\ln(3)}$

$6=3a+3$

$3=3a$

$a=1$

ג1) חיתוך עם x: $(y=0)$

$0 = e^{x} - 9e^{-x}$

$0 = e^{x} - \frac{9}{e^{x}}$

$0 = e^{2x} - 9$

$e^{2x} = 9$

$2x = \ln(9)$

$x = \frac{\ln(9)}{2}$

$\left(\frac{\ln(9)}{2}, 0\right)$

חיתוך עם y: $(x=0)$

$f(0) = e^{0} - 9e^{-0} = 1 - 9 = -8$

$(0, -8)$

ג2)

$f'(x) = e^{x} + 9e^{-x}$

$e^{x} + \frac{9}{e^{x}} = 0$

$e^{2x} + 9 = 0$

$e^{2x} \cancel{=} -9$

אין פתרון, $e^{2x} > 0$

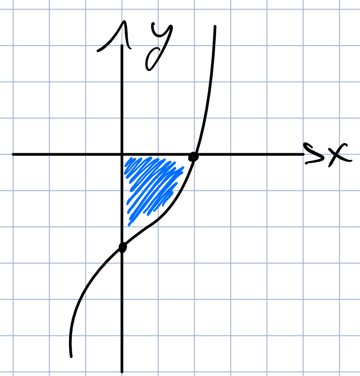
אין קיצון לכן לf(x) מגמה קבועה. נבדוק האם עולה או יורדת ע"י הצבת ערך בנגזרת.

$f'(0) = e^{0} + 9e^{-0} = 10$

ג3)

הנגזרת חיובית לכל x

לכן, $f(x)$ עולה לכל x.



(ג

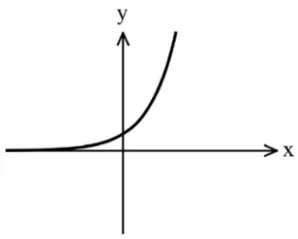
$$\int_0^{\frac{\ln(9)}{2}} (0 - fx)\,dx = \int_0^{\frac{\ln 9}{2}} (-e^x + 9e^{-x})\,dx$$

$$= -e^x + \frac{9e^{-x}}{-1} \Big|_0^{\frac{\ln 9}{2}} \left[-e^{\frac{\ln 9}{2}} - 9e^{-\frac{\ln 9}{2}}\right] - \left[-e^0 - 9e^{-0}\right] =$$

$$\Rightarrow -e^{\frac{\ln 9}{2}} - 9e^{-\frac{\ln 9}{2}} + 1 + 9 = 4$$

יח'ר

8. **מתוך בגרות קיץ 2007**



נתונה הפונקציה $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}}$ (ראה ציור). שיפוע הישר,

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A הוא $\frac{e^2}{2}$.

א. מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה-y.

בתשובותיך תוכל להשאיר את המספר e.

א) נמצא את ערך ה-x של A ע"י השוואת הנגזרת ל-$\frac{e^2}{2}$.

$$f'(x) = e^{\frac{x+1}{2}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{\frac{x+1}{2}}}{2}$$

$$\frac{e^{\frac{x+1}{2}}}{2} = \frac{e^2}{2} \rightarrow e^{\frac{x+1}{2}} = e^2 \rightarrow \frac{x+1}{2} = 2$$

$$x+1 = 4$$

$$x = 3$$

כעת נציב $x=3$ בפונקציה ונמצא את ערך ה-y.

$$f(3) = e^2$$

מכאן: $A(3, e^2)$

ב) משוואת המשיק:

$$y-e^2=\frac{e^2}{2}(x-3)$$

$$y=\frac{e^2}{2}x-\frac{3e^2}{2}+e^2$$

$$y=\frac{e^2x-e^2}{2}$$

$$y=\frac{e^2}{2}x-\frac{e^2}{2}$$

ג)

$$\int_0^3 (f(x)-y)\,dx=\int_0^3\left(e^{\frac{x+1}{2}}-\frac{e^2}{2}x+\frac{e^2}{2}\right)dx$$

$$=\frac{e^{\frac{x+1}{2}}}{\frac{1}{2}}-\frac{e^2}{2}\cdot\frac{x^2}{2}+\frac{e^2}{2}x\,\Big|_0^3\; 2e^{\frac{x+1}{2}}-\frac{e^2x^2}{4}+\frac{e^2}{2}x$$

$$\Big|_0^3\;\underset{(x=3)}{\left[2e^2-\frac{e^2\cdot 9}{4}+\frac{e^2}{2}\cdot 3\right]}-\underset{x=0}{\left[2\cdot e^{\frac{1}{2}}\right]}$$

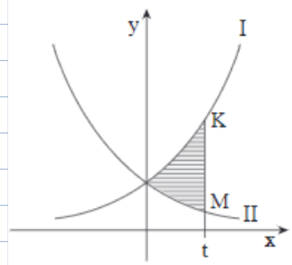
$$=9.236-3.297=5.938$$

עמ' 53

10. מתוך בגרות קיץ 2009

הגרפים I ו-II שבציור הם של הפונקציות :

$F(x)=2^X \quad , \quad g(x)=2^{-x}$



א. איזה גרף הוא של הפונקציה f(x) ואיזה גרף הוא של הפונקציה g(x) ? נמק

ב. הישר x=t חותך את גרף I בנקודה K , ואת גרף II בנקודה M .

נתון כי אורך הקטע KM הוא 1.5 . מצא את הערך של t.

ג. עבור הערך של t שמצאת בסעיף ב , מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר x=t (השטח המקווקו בציור)

א) נראה כי אם נציב $x>0$ בשתי הפונקציות נוכל לפי ערכי ה-y להבחין איזה גרף מתאים לאיזו פונקציה.

$$f(1)=2^1 \quad > \quad g(1)=2^{-1}=\frac{1}{2}$$

לכן: $g(x)$ זה גרף II

$f(x)$ זה גרף I

ב) המרחק $KM = f(t)-g(t) \Leftarrow 2^t-2^{-t}=1.5$

$$2^t-\frac{1}{2^t}=1.5 \quad / \cdot 2^t$$

$$2^{2t}-1=1.5\cdot 2^t$$

נסמן $2^t=x$

$$x^2-1.5x-1=0$$

$$x_1=-\frac{1}{2} \quad , \quad x_2=2$$

$2^t \cancel{=} -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $2^t=2$

$0<2^t$ $\qquad$ $t=1$

$$\int_0^1 (f(x) - g(x))\,dx = \int_0^1 (2^x - 2^{-x})\,dx$$ (c

$$= \frac{2^x}{\ln(2)} - \frac{2^{-x}}{-1\cdot\ln(2)} \Big|_0^1 \quad \frac{2^x}{\ln(2)} + \frac{1}{2^x\cdot\ln(2)}$$

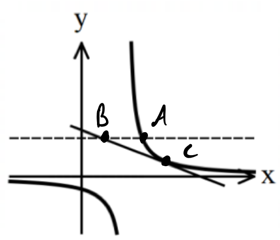
$$\Big|_0^1 \quad \left[\frac{2}{\ln(2)} + \frac{1}{2\ln(2)}\right]_{x=1} - \left[\frac{1}{\ln(2)} + \frac{1}{\ln(2)}\right]_{x=0} = \cancel{\frac{2}{\ln 2}} + \frac{1}{2\ln(2)} - \cancel{\frac{2}{\ln 2}}$$

$$S = \frac{1}{2\ln(2)} = 0.721$$

עמ' 98

4. **מתוך בגרות קיץ 2005**

נתונה הפונקציה $y = \frac{1}{2x-3}$. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2.5$. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה , על ידי המשיק ועל ידי הישר $y = 1$.



א) תחילה נמצא את משוואת המשיק.

$$f(2.5) = \frac{1}{2\cdot(2.5)-3} = \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{-2}{(2x-3)^2} \rightarrow f'(2.5) = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$m = -\frac{1}{2}, \quad C\left(2.5, \frac{1}{2}\right)$$

משוואת המשיק:

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x-2.5)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4} + \frac{1}{2}$$

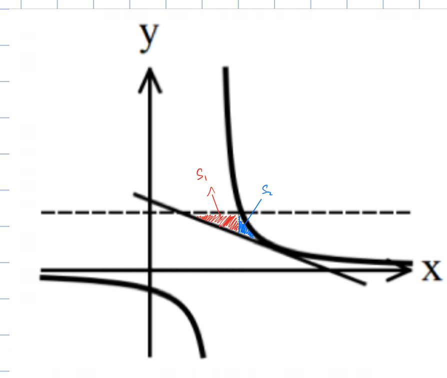
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{4}$$

כעת נמצא את נק' A,B:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{2}x + \frac{7}{4} &= 1 \\ \frac{x}{2} &= \frac{3}{4} \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}\right\} B\left(\frac{3}{2}, 1\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2x-3} &= 1 \\ 2x-3 &= 1 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}\right\} A(2,1)$$

נשים לב כי עלינו לפצל את השטח המבוקש לשני שטחים, מכיוון שישנם חלקים עם פונקציות עליונות שונות.



$$S_1 = \int_{1.5}^{2}\left(1+\frac{x}{2}-\frac{7}{4}\right)dx$$

$$S_1 = \int_{1.5}^{2}\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{4}\right)dx$$

$$S_1 = \frac{x^2}{4}-\frac{3}{4}x \Big/_{1.5}^{2} = \underset{x=2}{\left[\frac{4}{4}-\frac{6}{4}\right]}-\left[\frac{\frac{9}{4}}{4}-\frac{9}{8}\right]$$

$$S_1 = -\frac{1}{2}+\frac{9}{16} = \frac{1}{16}$$ יח"ש

$$S_2 = \int_{2}^{2.5}\left(\frac{1}{2x-3}+\frac{x}{2}-\frac{7}{4}\right)dx$$

$$\frac{\ln(|2x-3|)}{2}+\frac{x^2}{4}-\frac{7}{4}x \Big/_{2}^{2.5}$$

$$\Big/_{2}^{2.5} \underset{x=2.5}{\left[\frac{\ln(|2|)}{2}+\frac{\frac{25}{4}}{4}-\frac{35}{8}\right]}-\underset{x=2}{\left[\frac{\ln(|1|)}{2}+\frac{4}{4}-\frac{14}{4}\right]} =$$

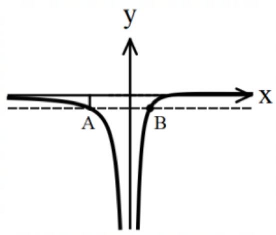
$$S_2 = \frac{\ln(2)}{2}-\frac{45}{16}+\frac{10}{4} = \frac{\ln(2)}{2}-\frac{5}{16}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = \frac{\ln(2)}{2}-\frac{5}{16}+\frac{1}{16} = \frac{\ln(2)}{2}-\frac{1}{4}$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 0.0966$$ יח"ש

6. מתוך בגרות חורף 2008

בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}$. הישר $y=-1$ חותך את גרף הפונקציה בנקודות A ו-B כמתואר בציור.
דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה-x . מצא את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי האנך, על ידי ציר ה-x ועל ידי גרף הפונקציה (השטח המקווקו בציור)



תחילה נמצא את נק' A,B:

$$\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}=-1 \quad /\cdot x^2$$

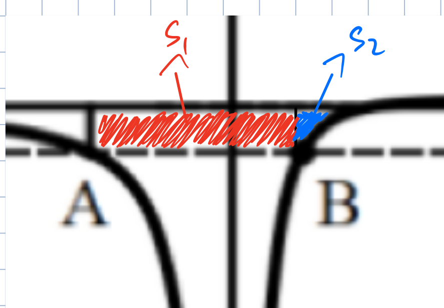
$$x-2=-x^2$$

$$x^2+x-2=0$$

$x=-2$ $\quad$ $x=1$

$A(-2,-1)$

$B(1,-1)$



מכיוון ש S_1 כלוא בין שני ישרים מקבילים, נוכל לחשב כמלבן.

$AB=1-(-2)=3$

גובה $h=1$

$S_1=3\cdot 1=3$
יח"ש.

ע"מ לחשב את S_2 עלינו למצוא את ערך ה-x הימני שתוחם את השטח. נמצא את נק' החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x:

$$0=\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2} \quad /\cdot x^2$$

$0 = x - 2$

$x = 2$

מכאן:

$$S_2 = \int_1^2 \left(0 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}\right) dx$$

$$\int_1^2 \left(-\frac{1}{x} + 2x^{-2}\right) dx$$

$$= -\ln(|x|) + \frac{2x^{-1}}{-1} \Big/_1^2$$

$$\Big/_1^2 = \left[-\ln(2) - \frac{2}{2}\right]^{x=2} - \left[0 - 2\right] = -1.693 + 2$$

$$S_2 = 0.307$$

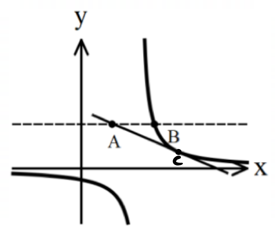
$$S_{\text{מבוקש}} = S_1 + S_2 \underset{\text{יח"ר}}{=} 3.307$$

7. מתוך בגרות קיץ 2011

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x-2}$ בתחום $x>2$.

העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=3$. הישר $y=2$ חותך את המשיק בנקודה A , ואת גרף הפונקציה $f(x)$ הוא חותך בנקודה B

(ראה ציור) .



א. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B .

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי הישר $y=2$.

א) בהתחלה נמצא את משוואת המשיק:

$f(3)=\frac{1}{3-2}=1$ ב $(3,1)$, $m=-1$

$f'(x)=\frac{-1}{(x-2)^2} \to f'(3)=\frac{-1}{(3-2)^2}=-1=m$

משוואת המשיק:

$y-1=-1(x-3)$

$y=-x+4$

מכאן:

A: $-x+4=2$, $x=2$ $\Rightarrow$ $A(2,2)$

B: $\frac{1}{x-2}=2$, $1=2x-4$, $2x=5$, $x=2.5$ $\Rightarrow$ $B(2.5,2)$

ב)

$$S_1 = \int_2^{2.5} (2 + x - 4)\,dx = \int_2^{2.5} (x-2)\,dx$$

$$\frac{x^2}{2} - 2x \Big|_2^{2.5} \overset{x=2.5}{=} \left[\frac{2.5^2}{2} - 5\right] - \left[\frac{4}{2} - 4\right] = \frac{\frac{25}{4}}{2} - 5 + 2 = \frac{25}{8} - 3$$

$$S_1 = \frac{25 - 24}{8} = \frac{1}{8}$$

$$S_2 = \int_{2.5}^{3} \left(\frac{1}{x-2} + x - 4\right) dx = \ln(|x-2|) + \frac{x^2}{2} - 4x \Big|_{2.5}^{3}$$

$$\Big|_{2.5}^{3} \overset{x=3}{=} \left[\ln(1) + \frac{9}{2} - 12\right] - \left[\ln\left(\tfrac{1}{2}\right) + \frac{25}{8} - 10\right]$$

$$S_2 = 4.5 - 12 - \ln\left(\tfrac{1}{2}\right) - \frac{25}{8} + 10 = 0.0681$$

$$S_{\text{מבוקש}} = 0.0681 + \frac{1}{8} = 0.193$$