

20. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 \ln(bx)$  בנקודה בה  $x = e$  הוא 9.

מצא את  $b$  ( $b > 0$ ).

$$f'(e) = 9 \quad \text{נזכר לפי סדר הגודל}$$

$$f'(x) = 3 \cdot \ln(bx) + 3x \cdot \frac{b}{bx}$$

$$f'(x) = 3 \cdot \ln(bx) + 3$$

$$f'(x) = 3(\ln(bx) + 1)$$

$$9 = 3(\ln(b \cdot e) + 1)$$

$$3 = \ln(b \cdot e) + 1$$

$$\ln(b \cdot e) = 2$$

$$b \cdot e = e^2$$

$$b = e$$

12. מתוך בגרות קיץ 2010

נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln^3 x + \ln^2 x - 2\ln x$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה
- ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.
- ג. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ד. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- (2) ציין את התחומים שבהם פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא חיובית ואת התחום שבו היא שלילית.
- (3) היעזר בתשובתך לתת-סעיף ד.1. ולתת סעיף ד.2. וסרטט סקיצה של הגרף של  $f'(x)$  בתחום  $0 < x \leq 1.73$

$x > 0$  (e) ט"ה :

(ג) כו"ט י"ק  $x \neq 0$  : (y=0)

$$0 = \ln^3 x + \ln^2 x - 2\ln x$$

$$0 = \ln x (\ln^2 x + \ln x - 2)$$

$$\ln x = t \quad | \neq 0$$

$(e, 0), (\frac{1}{e^2}, 0)$

$(1, 0)$

$$0 = t(t^2 + t - 2)$$

$t_1 = 0$

$\ln x = 0$

$x = 1$

$t_3 = 1$

$\ln x = 1$

$x = e$

$t = -2$

$\ln x = -2$

$x = \frac{1}{e^2}$

$$f'(x) = 3 \cdot \ln^2(x) \cdot \frac{1}{x} + 2 \ln(x) \cdot \frac{1}{x} - \frac{2}{x} \quad (2)$$

$$f'(x) = \frac{3 \ln^2 x + 2 \ln x - 2}{x}$$

$$0 = 3 \ln^2 x + 2 \ln x - 2$$

$$\ln x = t \quad (NO)$$

$$0 = 3t^2 + 2t - 2$$


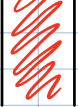



$$t_1 = -1.215 \quad t_2 = 0.549$$

$$\ln x = -1.215 \quad \ln x = 0.549$$

$$x = e^{-1.215} \quad x = e^{0.549}$$

$$x = 0.296$$

$$x = 1.731$$

x	0	0.1	0.296	1	1.731	2
f'(x)		+	0	-	0	+
f(x)			$\overset{m}{\underset{x}{\wedge}}$		$\overset{m}{\underset{n}{\wedge}}$	

$$f'(0.1) = 93.005$$

$$f'(1) = -2$$

$$f'(2) = 0.41$$

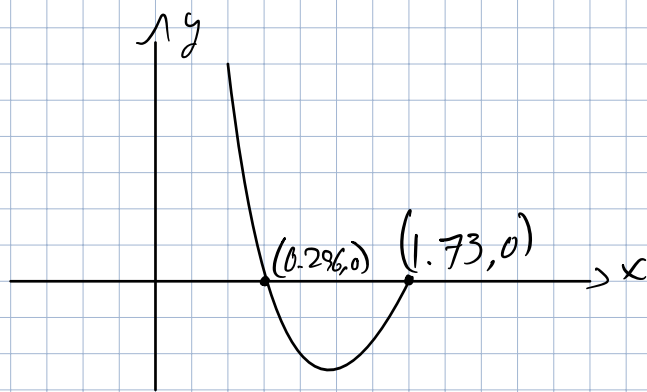
$$\max(0.296, y)$$

$$\min(1.731, y)$$

$$x > 0 \quad (3)$$

$$1.731 < x < 1 \quad \text{or} \quad 0 < x < 0.296 \quad \text{!} \quad (2)$$

$$0.296 < x < 1.731 \quad \text{!} \quad (1)$$



(3)

15. מתוך בגרות קיץ 2018

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x}{\ln(x)-2}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$
- ב. (1) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.
- ג. (2) לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ו. חשב את  $f(0.1)$  וסרטט פונקציה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ז. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g'(x) = f(x)$ . מהו תחום העלייה של הפונקציה  $g(x)$ ?

א) ת"ב  $\ln x - 2 \neq 0$  אם  $x > 0$

פ.נ

$\ln x - 2 = 0$

$\ln x = 2$

$x = e^2$

$0 < x \neq e^2$  פונקציה מוגדרת לכל

ב) ת"ב  $y$  מוגדרת  $y \neq 0$

ת"ב  $x$  :  $y = 0$

$0 = \frac{2x}{\ln x - 2}$

$0 = 2x$

$x \neq 0$  ~~ז"ה~~

$x$  נכנס לטווח  $(2, e)$

הפונקציה  $x=e^2$  נכנסת לטווח  $(2, e)$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (\ln x - 2) - 2x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x - 2)^2} \quad (d)$$

$$f'(x) = \frac{2(\ln x - 2) - 2}{(\ln x - 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(\ln x - 2 - 1)}{(\ln x - 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(\ln x - 3)}{(\ln x - 2)^2}$$

$$0 = 2(\ln x - 3)$$

$$\ln x - 3 = 0$$

$$\ln x = 3$$

$$x = e^3$$

x	0	e	$e^2$	$e^{2.5}$	$e^3$	$e^4$
$f'(x)$		-		-	0	+
$f(x)$		↘		↘	m	↗

$$f'(e) = -4, f'(e^{2.5}) = -4, f'(e^4) = \frac{1}{2}$$

$$f(e^3) = 2e^3$$

$$\min(e^3, 2e^3)$$

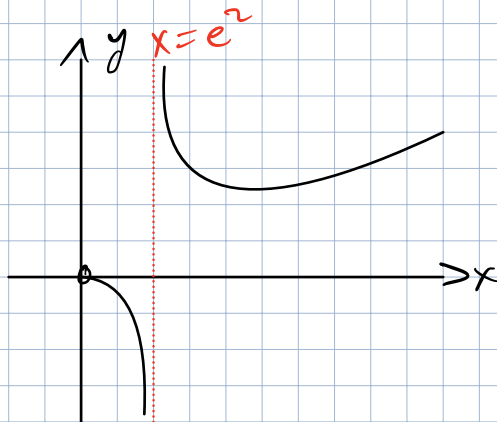
$$e^2 < x < e^3 \quad \text{או} \quad 0 < x < e^2 \quad \text{הפונקציה} \quad (5)$$

$$e^3 < x$$

$$\text{הפונקציה}$$

$$f(0.1) = -0.046 \quad (6)$$

לפיכך יש להסיר את הנקודה  
שהיא בלתי נגזרת. לפיכך -  $(0,0)$   
יהיה חומר.



(1) אף שיש להסיר את הנקודה  $(0,0)$  מהגרף, חומר זה נוסף על היסודות של  
הפונקציה  $f(x)$  ויש להסיר את הנקודה  $(0,0)$  מהגרף של  $e^{2x}$ .  
לכן יש הוצאה של אף הוא בלתי  $e^{2x}$