

5. מתוך בגרות קיץ 2004 מועד ב'

נתונה הפונקציה: $f(x) = x - \sin 2x$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. מצא את משוואת הישרים המשיקים לפונקציה בנקודות הקיצון הפנימיות.

(כ)

$$f'(x) = 1 - 2 \cos(2x)$$

$$0 = 1 - 2 \cos(2x)$$

$$2 \cos(2x) = 1$$

$$\cos(2x) = \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$2x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{6} + \pi k$$

k	x_1	x_2
-1	x	x
0	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$
1	x	x

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+		$f'(-\frac{\pi}{3}) = 2$
$f(x)$	min	↗	max	↘	min	↗	max	$f'(0) = -1$
								$f'(\frac{\pi}{3}) = 2$

$$f(-\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}, \quad f(-\frac{\pi}{6}) = 0.342, \quad f(\frac{\pi}{6}) = -0.342, \quad f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\min\left(-\frac{x}{2}, -\frac{x}{2}\right), \max\left(-\frac{x}{6}, 0.342\right), \min\left(\frac{x}{6}, -0.342\right), \max\left(\frac{x}{2}, \frac{x}{2}\right)$$

(ב) > נק' הקיצון נמצא הנמוך הוא 0. סמן הנלמד והיו מובנה
כאשר $y = k$, כאשר k הוא ערך y של נק' הקיצון הנמוך.

$$y = 0.342, y = -0.342$$

7. מתוך בגרות קיץ 2006 מועד מיוחד עם שינוי

נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin^2 x - 4 \sin x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנ"ל.

(א) חיתוך עם ציר x: $(y=0)$

$$0 = \sin^2(x) - 4 \sin(x)$$

$$0 = \sin(x)(\sin(x) - 4)$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ \sin(x) = 0 \quad \sin(x) = 4 \end{array}$$

$$x = \pi k \quad \sin(x)/\cos(x) = -1 \leq x \leq 1$$

k	x
-1	x
0	0
1	π
2	2π

$(0, 0), (\pi, 0), (2\pi, 0)$
 \downarrow
 y = 0 = x

(ב) ע"ד לטבלה שחולקה לרביע ורביע (בתוך ק"ק קיצוץ).

$$f'(x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x) - 4 \cos(x)$$

$$f''(x) = 2 \cos(x)(\sin(x) - 2)$$

