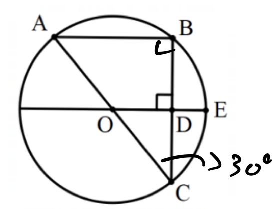
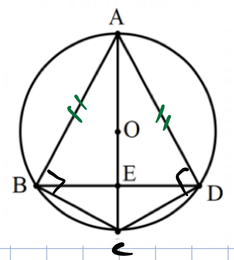
4. הנקודות C,B,A מונחות על היקף מעגל שמרכזו O.
הרדיוס OE מאונך למיתר BC,
$\measuredangle ACB = 30°$. קוטר המעגל הוא 12 ס״מ.
חשב את אורך הקטע CD.



טענה	נימוק
AC - קוטר	קטע העובר דרך מרכז המעגל הוא קוטר
$\measuredangle B = 90°$	זווית היקפית הנשענת על קוטר היא בת 90°.
$OE \perp BC$ $\Downarrow$	נתון.
$\measuredangle ODC = 90°$	זווית הנוצרת מישרים ניצבים היא 90°.
$AB \parallel OD$	זוויות מתאימות שוות אם ורק אם ישרים מקבילים.
$\measuredangle ACB = 30°$	נתון.
$\measuredangle DOC = 60°$	סכום זוויות במשולש 180°.
$\triangle ODC$ - משולש 30, 60, 90	מצאנו את זוויות המשולש למעלה.
$OC = R = 6$ ס״מ	נתון קוטר המעגל 12 ס״מ.
$OD = 3$ ס״מ	במשולש 30,60,90 הניצב שמול זווית 30° שווה למחצית מהיתר.
$OD^2 + DC^2 = OC^2$	פיתגורס.
$9 + DC^2 = 36$	חישוב
$DC^2 = 27$	
$DC = \sqrt{27}$ ס״מ	

5. הנקודות A, B, C מונחות על מעגל שמרכזו O. AC קוטר במעגל. **נתון**: $AB = AD$.

1. **הוכח**: $BE = DE$.
2. **הוכח**: $BC = CD$.

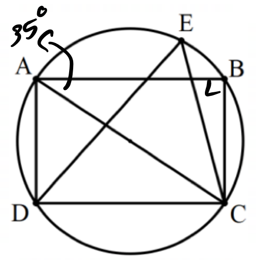


נימוק	טענה
נתון	$AD = AB$
משולש בעל שוקיים שוות הוא שו"ש.	ΔABD שו"ש
נתון.	AC - קוטר
זווית היקפית הנשענת על קוטר הינה בת 90.	$\measuredangle B = \measuredangle D = 90°$
צלע משותפת.	$AC = AC$
צ.צ.ז - כאשר הזווית היא הגדולה במשולש	$\Delta ADC \cong \Delta ABC$
	$\Downarrow$
זוויות מתאימות בין משולשים חופפים.	$\measuredangle BAC = \measuredangle DAC$
הראני שיוויון הזוויות למעלה.	AE - חוצה זווית ב-ΔABD
במשו"ש חוצה זווית, גובה ותיכון מתלכדים.	AE - קוטר ותיכון
	$\Downarrow$
AE תיכון,	$BE = ED$
	מ.ש.ל א
צלעות שוות בין משולשים חופפים	$BC = DC$
	מ.ש.ל ב

עמ' 16

4. ABCD הוא מלבן החסום במעגל כמתואר בסרטוט. **נתון**: $\measuredangle BAC = 35°$.

מצא את $\measuredangle DEC$.



טענה	נימוק
$AB = DC$	צלעות נגדיות במלבן שוות.
$\measuredangle B = 90°$	כל זוויות המלבן שוות 90°
$\measuredangle BAC = 35°$	נתון.
$\measuredangle ACB = 55°$	סכום זוויות במשולש 180°.
$\measuredangle DEC = \measuredangle ACB = 55°$	על מיתרים שווים מונחות זוויות היקפיות שוות.
מ.ש.ל	

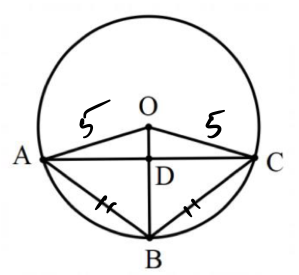
6. הנקודות A, B ו-C נמצאות על מעגל שמרכזו O

כך שנוצר מרובע ABCO.

נתון: $AB = BC$, 8 ס"מ $AC =$.

שטח המעגל שמרכזו O הוא 25π סמ"ר

חשב את אורך הקטע OD.



טענה	נימוק
$S_{מעגל} = 25\pi$	נתון
$S_{מעגל} = \pi R^2$	נוסחת חישוב שטח.
$25\cancel{\pi} = \cancel{\pi}R^2$	חישוב.
$25 = R^2 \quad /\sqrt{}$	
$R = 5$ ס"מ	
$AO = OC$	כל הרדיוסים שווים במעגל.
$AB = BC$	נתון
$BO = BO$	צלע משותפת.
$\triangle ABO \cong \triangle CBO$	צ.צ.צ
$\angle AOB = \angle COB$	זוויות מתאימות בין משולשים חופפים.
$\triangle AOC$ – שו"ש	$OC = AO$, הוכחנו.
OD – חוצה זווית ב-$\triangle AOC$	הראנו שיוויון זוויות למעלה.
OD - תיכון וגובה	במשו"ש חוצה זווית תיכון וגובה מתלכדים.
$AD = DC = 4$ ס"מ	8 ס"מ $= AC = AD + DC$
$AD^2 + OD^2 = AO^2$	פיתגורס.

חישוב.

$4^2 + OD^2 = 5^2$

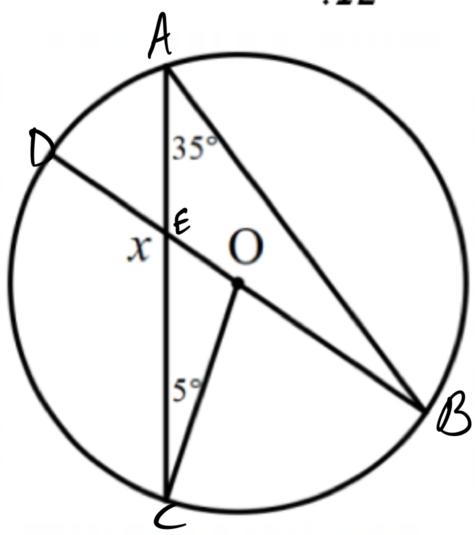
$OD^2 = 9$

$OD = 3$

ס״מ

עמ' 18

12.



$\sphericalangle COB = 70^\circ$

זווית מרכזית שווה לפעמיים הזווית ההיקפית הנשענת על אותו מיתר.

$\sphericalangle DOC = 110^\circ$

זווית משלימה ל- 180°.

$\sphericalangle OEC = 65^\circ$

סכום זוויות במשולש 180°.

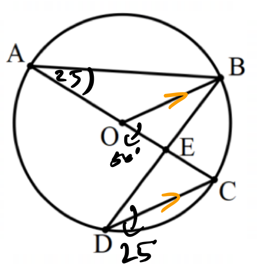
$X = 115^\circ$

זווית משלימה ל- 180°.

17. A , B , C ו-D הן נקודות על מעגל שמרכזו O. E היא נקודת המפגש של המיתרים AC ו-BD.

נתון: $\measuredangle BAC = 25°$. $OB \parallel DC$.

מצא את גודל הזווית $\measuredangle CED$.

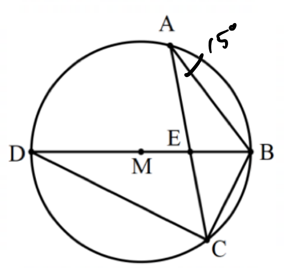


טענה	נימוק
$\measuredangle BAC = 25°$	נתון
$\measuredangle BDC = \measuredangle BAC = 25°$	זוויות היקפיות הנשענות על אותה הקשת שוות.
$\measuredangle BOC = 50°$	זווית מרכזית שווה פעמיים הזווית ההיקפית אשר נשענת על אותה הקשת.
$\measuredangle OCD = 50°$	זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים.
$\measuredangle CED = 105°$	סכום זוויות במשולש 180°.

מ.ש.ל.

19. במעגל שמרכזו M נתון: $\measuredangle CAB = 15°$.

חשב את גודל הזווית $\measuredangle CBD$.



טענה	נימוק
$\measuredangle BDC = \measuredangle BAC = 15$	זוויות היקפיות הנשענות על אותה הקשת שוות.
BD - קוטר	מיתר העובר דרך מרכז המעגל הוא קוטר.
$\measuredangle C = 90°$	זווית היקפית הנשענת על קוטר שווה 90°.
$\measuredangle CBD = 75°$	סכום זוויות במשולש 180°.

מ.ש.ל.

עמ' 20

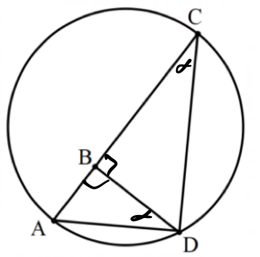
23. הנקודות A , C , D הן נקודות על מעגל.

B היא נקודת החיתוך של הישרים BD ו-AC.

נתון : ∡ADB = ∡ACD , ∡DBC = 90°.

הוכח שהישר שמחבר בין הנקודות A , B ו-C עובר

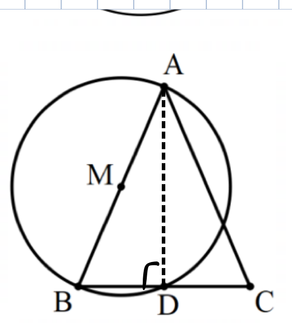
במרכז המעגל.



טענה	נימוק
$\measuredangle C = \measuredangle ADB = \alpha$	נתון + סימון.
$\measuredangle CBD = \measuredangle ABD = 90°$	נתון + זווית משלימה ל-180°
$\triangle ADC \sim \triangle ABD$	ז.ז
$\measuredangle ABD = \measuredangle ADC = 90°$	זוויות מתאימות בין משולשים דומים.
AC - קוטר	מיתר אשר נשען על זווית היקפית הוא קוטר.
מ.ש.ל	

עמ' 21

26. מתוך בגרות יוני 1973



נתון משולש שווה-שוקיים ΔABC ($AC = AB$).

במעגל שמרכזו M, הקטע AB הוא קוטר.

מעגל זה חותך את הישר BC בנקודה D.

נתון: $AB = 13$ ס"מ, $BC = 10$ ס"מ

מצא את אורך הקטע AD.

טענה	נימוק
AD	בניית עזר
$\sphericalangle ADB = 90°$	זווית היקפית הנשענת על קוטר שווה 90°.
ΔABC - מש"ש	נתון
AD - תיכון (ש)	במש"ש הגובה התיכון וחוצה הזווית מתלכדים.
$2BD = BC = 10$	AD תיכון.
$BD = 5$ ס"מ	חישוב
$AB = 13$ ס"מ	נתון.
$BD^2 + AD^2 = AB^2$	פיתגורס.
$25 + AD^2 = 169$	חישוב
$AD^2 = 144$	
$AD = 12$ ס"מ	
מ.ש.ל	

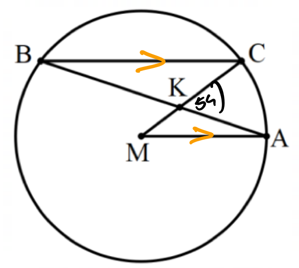
עמ' 23

33. מתוך בגרות אוקטובר 1974

במעגל, שמרכזו M, המיתר BC מקביל לרדיוס MA. **נתון:** $\sphericalangle CKA = 54°$.

K היא נקודת החיתוך של AB ו-MC.

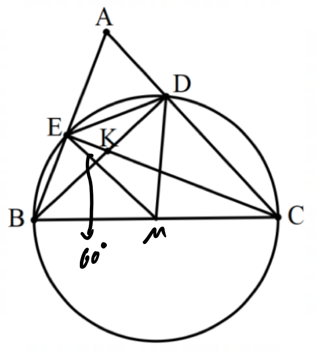
חשב את גודל הזווית $\sphericalangle CMA$.



טענה	נימוק
$\sphericalangle ABC = \alpha$	סימון
$\sphericalangle CMA = 2\alpha$	זווית מרכזית שווה פעמיים הזווית ההיקפית הנשענת על אותה הקשת.
$\sphericalangle BAM = \alpha$	זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים.
$\sphericalangle CKA = \sphericalangle CMA + \sphericalangle BAM$	זווית חיצונית למשולש.
$54 = \alpha + 2\alpha$	הצבה
$54 = 3\alpha$	חישוב
$\alpha = 18$	
$\sphericalangle CMA = 2\alpha = 36°$	
מ.ש.ל.	

עמ' 24

35. **מתוך בגרות חורף 1974**

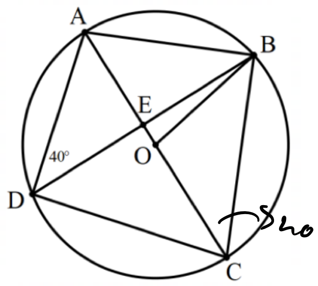


במשולש ABC בנו על הצלע BC מעגל כך שBC הוא קוטר המעגל M מרכז המעגל. המעגל חותך את הצלעות AC ו-AB בנקודות D ו-E בהתאמה. הקטעים EC ו-BD נפגשים בנקודה K, וכן $\measuredangle EKB = 60°$. **הוכח**:

א. EC ו-BD הם גבהים במשולש ΔABC.

ב. המשולש ΔEMD הוא משולש שווה-צלעות.

טענה	נימוק
$E = 90° = D$	זווית היקפית הנשענת על קוטר שווה 90°.
$\Downarrow$	
גבהים הם BD ו EC	
מ.ש.ל א	
$\measuredangle EKB = 60°$	נתון
$\measuredangle E = 90°$	הוכחנו
$\measuredangle EBK = 30°$	סכום זוויות במשולש 180°.
$\measuredangle EMD = 60°$	זווית מרכזית שווה פעמיים הזווית ההיקפית הנשענת על אותה הקשת.
$EM = DM$	כל הרדיוסים שווים במעגל.
משו"ש ΔEMD	$DM = EM$.
$\measuredangle MED = \measuredangle MDE$	זוויות בסיס במשו"ש שוות.
$\measuredangle MED + \measuredangle MDE = 120°$	סכום זוויות במשולש 180°.
$\Downarrow$	
$\measuredangle MED = \measuredangle MDE = 60°$	$\measuredangle MDE = \measuredangle MED$
ΔEMD – שווה צלעות	משולש שבו כל הזוויות שוות הוא שו"צ.
מ.ש.ל ב	



39. הנקודות A , B , C , D נמצאות על מעגל שמרכזו O כמתואר בשרטוט.

א. הוכח: $\Delta AEB \sim \Delta DEC$.

ב. נתון: $\measuredangle ADB = 40°$, מצא את הזווית $\measuredangle BOC$.

טענה	נימוק
$\measuredangle BAC = \measuredangle BDC$	זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שוות.
$\measuredangle AEB = \measuredangle DEC$	זוויות קודקודיות שוות.
$\Delta AEB \sim \Delta DEC$	לפי ז.ז.
מ.ש.ל א	
$\measuredangle ADB = 40°$	נתון
$\measuredangle ACB = \measuredangle ADB = 40°$	זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שוות
$BO = OC = R$	כל הרדיוסים שווים במעגל.
ΔBOC – שווה שוקיים	$OC = BO$.
$\measuredangle ACB = \measuredangle OBC = 40°$	זוויות בסיס במשו"ש שוות.
$\measuredangle BOC = 100°$	סכום זוויות במשולש $180°$.
מ.ש.ל ב	

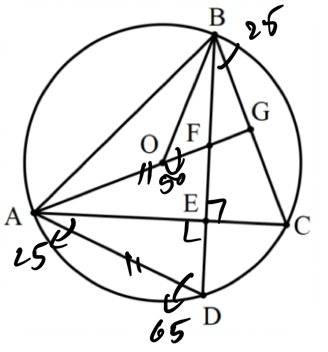
40. הנקודות A , B , C , D נמצאות על מעגל שמרכזו O. F היא נקודת החיתוך של המיתרים BD ו-AG.

E היא נקודת החיתוך של המיתרים AC ו-BD.

נתון: $BD \perp AC$

1. **הוכח:** $\Delta EBC \sim \Delta EAD$.
2. **נתון:** $AF = AD$, $\sphericalangle CBF = 25°$.

מצא את גודל הזווית $\sphericalangle OBF$.



טענה	נימוק
$\sphericalangle BEC = 90°$	נתון $BD \perp AC$.
$\sphericalangle AED = 90°$	נתון $BD \perp AC$.
$\sphericalangle DAC = \sphericalangle DBC$	זוויות הנשענות על אותה קשת שוות.
$\Delta EBC \sim \Delta EAD$	לפי ז.ז
מ.ש.ל 1	
ΔAFD - שווה שוקיים	נתון $AD = AF$.
AE - גובה/תיכון/חוצה זווית	נתון $BD \perp AC$ + במש"ש גובה מתלכד עם תיכון וחוצה זווית.
$\sphericalangle DAC = 25°$	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle DBC$
$\sphericalangle D = 65°$	סכום זוויות במשולש $180°$.
$\sphericalangle AOB = 130°$	זווית מרכזית שווה פעמיים הזווית ההיקפית הנשענת על אותה הקשת.
$\sphericalangle BOF = 50°$	זווית משלימה ל-180.
$\sphericalangle AFD = 65°$	זוויות בסיס במש"ש שוות.
$\sphericalangle AFD = \sphericalangle BOF + \sphericalangle OBF$	זווית חיצונית למשולש.
$65 = 50 + \sphericalangle OBF$	הצבה
$\sphericalangle OBF = 15°$	חישוב
מ.ש.ל 2	