

כדי להתקבל ללימודי רפואה בבאר שבע נערכים שני מבחני קבלה באותו יום.  
 כולם ניגשים לשני המבחנים. 60% מהמועמדים עברו את המבחן הראשון,  
 20% מהמועמדים נכשלו במבחן השני ו-45% מכלל המועמדים עברו את שני  
 המבחנים. בוחרים באקראי מועמד. חשב את ההסתברויות הבאות:

1. לבחור מועמד שעבר לפחות מבחן אחד?

2. לבחור מועמד שלא עבר אף מבחן?

$$P(A) - \text{אסביר את המבחן הראשון} = 0.6$$

$$P(B) - \text{אסביר את המבחן השני} = 0.8$$

$$P(A \cap B) = 0.45 \quad \text{ניתן:}$$

	$\bar{A}$	A	
0.8	0.35	0.45	B
0.2	0.05	0.15	$\bar{B}$
1	0.4	0.6	

$$P(\text{אסביר לפחות מבחן אחד}) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \quad 1.$$

$$= 0.45 + 0.35 + 0.15 = 0.95$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.05 \quad 2.$$

$$P(\text{אסביר את שני המבחנים אם יקרא שם אף מועמד}) = \frac{P(\text{אסביר I} \cap \text{אסביר II})}{P(\text{אסביר הראשון})} \quad 3.$$

$$= \frac{0.45}{0.6} = 0.75$$

בעיר מסוימת נערך סקר על מנת לבדוק את מספר האנשים שרוכבים על אופניים. המשתתפים בסקר חולקו לשתי קבוצות – מבוגרים וצעירים. נסמן ב- $x$  את ההסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר. בסקר נמצא כי 80% מן הצעירים רוכבים על אופניים. מספר הצעירים הרוכבים על אופניים גדול פי 4 ממספר המבוגרים שאינם רוכבים על אופניים. נתון כי ההסתברות לבחור באקראי משתתף בסקר שאינו רוכב על אופניים היא 0.1.

1. מצא את  $x$

בחרו באקראי משתתף מהסקר.

2. אם ידוע שנבחר מבוגר, מה ההסתברות שהוא רוכב על אופניים

3. מה ההסתברות שהמשתתף שנבחר הוא צעיר או שהוא רוכב על אופניים

4. נתון כי בסקר השתתפו 3,850 מבוגרים שרוכבים על אופניים. כמה אנשים סך הכל השתתפו בסקר?

פתונים:

$$P(\text{צעיר ורוכב אופניים} | \text{הצעירים}) = \frac{P(x \cap y)}{P(x)} = 0.8 \Rightarrow P(x \cap y) = 0.8 P(x)$$

$$P(x \cap y) = 4 \cdot P(\bar{x} \cap \bar{y})$$

$$P(x \cap \bar{y}) + P(\bar{x} \cap \bar{y}) = 0.1$$

נראה לי שאענו יודעם בטובה.

	$\bar{x}$	$x$	
0.9		$0.8 P(x)$	$y$
0.1	$0.2 P(x)$		$\bar{y}$
1		$P(x)$	

לפי התונים בגילוינו ניתן להגיד כי

$$P(x \cap \bar{y}) = P(x) - 0.8 P(x) = 0.2 P(x)$$

$$0.2 P(x) + 0.2 P(x) = 0.1 \Rightarrow P(x) = \frac{1}{4}$$

וכאן כן

	$\bar{x}$	x	y
0.9	0.7	0.2	y
0.1	0.05	0.05	$\bar{y}$
1	0.75	0.25	

2. (הסתברות שלבויזר חכב א אנטוים לבין המבוצים) =  $\frac{P(\bar{x} \cap y)}{P(\bar{x})} = \frac{0.7}{0.75} = \frac{14}{15}$

3.  $P(x \cap y) + P(x \cap \bar{y}) + P(\bar{x} \cap y)$

=  $0.2 + 0.05 + 0.7 = 0.95$

4.  $\frac{3850}{0.7} = 5500$  האוכלוסיה לפני המאוסיה לונה 3850 היום 70.1

בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר. מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר. 75% מן הבנים גרים בעיר ו-40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר. בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).

1. מה ההסתברות שבחרו בן שגר בעיר?
2. ידוע שהתלמיד/ה שנבחר/ה גר/ה בעיר. מה ההסתברות שנבחרה בת?
3. בבית הספר יש 900 תלמידים. כמה תלמידים גרים בעיר?

$P(A)$  - ההסתברות לבחור בן  
 $P(B)$  - ההסתברות לבחור בת

אם בחרו ספר יש  $X$  בנים אם נבחרו בנות יש  $1.25X$  בנות לפי:

$$X + 1.25X = 1 \Rightarrow X = \frac{4}{9}$$

$$\frac{4}{9} = P(A)$$

לנבון השאלה:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.75 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{9} \cdot 0.75 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = 0.4 \Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{2}{9} \quad \frac{5}{9} = P(\bar{A})$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

1. כפי שחילקנו בתחילה

נחלק את השאלה:

	$\bar{A}$	A	
$\frac{6}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{3}$	B
$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\bar{B}$
1	$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{9}$	

2.  $P(\bar{A} \cap B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$

3. כפי שזרמים  $\frac{6}{9}$  למך 6 התלבים לפי שטח 900 תלבים זרים עיר 600 תלבים.

ישנם שני מפעלים גדולים בעיר חיפה אשר מייצרים קרטונים בשלושה גדלים. קרטון גדול, קרטון בינוני וקרטון קטן. מפעל א' מייצר 65% מסך כל הקרטונים המיוצרים בחיפה. ידוע כי במפעל א' מייצרים 70% מכלל הקרטונים הגדולים, 50% מכלל הקרטונים הבינוניים ו-75% מהקרטונים הקטנים.  $\frac{3}{7}$  מהקרטונים במפעל ב' הם קרטונים גדולים. בכל אחד מהמפעלים מיוצרים מספר מאוד גדול של קרטונים.

בחרים באקראי קרטון שמיוצר בחיפה.

1. מה ההסתברות לבחור קרטון בינוני?

2. ידוע שנבחר קרטון ממפעל א', מה ההסתברות שנבחר קרטון קטן?

$$0.65 = P(A) \cdot \text{נכסל א'}$$

$$P(B) - \text{קרטון קטן}$$

$$P(C) - \text{קרטון בינוני}$$

$$P(D) - \text{קרטון גדול}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.7$$

$$\frac{P(A \cap D)}{P(D)} = 0.5$$

$$\frac{P(A \cap C)}{P(C)} = 0.75$$

$$\frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{3}{7} \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{7}$$

אם נכסל א' מייצר 65% מסך כל הקרטונים הגדולים הזקוקים ל-30% מן הקרטונים בינוניים ו-35% מן הקרטונים קטנים

$$\frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = 0.3 \Rightarrow P(B) = 0.5$$

נניח  $P(A \cap \bar{D}) = P(A \cap D) = x$  ונניח כי ב נכסל א' מייצר 35% מן הקרטונים

הבינוניים ונניח ב' מייצר:

	x	0.5-x	0.5	
0.65	$\frac{1}{2}x$	$0.3 - \frac{1}{2}x$	0.35	A
0.35	$\frac{1}{2}x$	$0.2 - \frac{1}{2}x$	0.15	$\bar{A}$
1	D	C	B	

$$\frac{P(A \cap C)}{P(C)} = 0.75 \text{ לפי הנתון}$$

$$(0.3 - \frac{1}{2}x) = (0.5-x) \cdot 0.75$$

$$0.25x = 0.075 \Rightarrow x = 0.3$$

0.3 הוספת לבדו קטן ביטוי הינה

$$\frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{0.3 - \frac{0.3}{2}}{0.65} = \frac{3}{13}$$

.2

$$P(A) - \text{מבוגר}$$

$$P(B) - \text{מתנגד לבנייה} = 0.6$$

בעיר מסוימת חלק מהתושבים, צעירים ומבוגרים, תומכים בבניית גורדי שחקים והשאר מתנגדים לבנייתם. אם בוחרים באקראי תושב מהעיר, ההסתברות שהוא מתנגד לבנייה היא 0.6. 20% מבין התומכים בבנייה הם צעירים.

ההסתברות לבחור באקראי תומך בבנייה שהוא גם מבוגר גדולה פי 4 מההסתברות לבחור באקראי מתנגד לבנייה שהוא גם צעיר.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי תושב צעיר מבין תושבי העיר?

ב. בוחרים באקראי תושב מבין הצעירים בעיר. מהי ההסתברות שהוא תומך בבנייה?

ג. בוחרים באקראי תושב מהעיר. מהי ההסתברות שהוא תושב מבוגר או תושב (מבוגר או צעיר) המתנגד לבנייה?

נתוני השאלה:

$$\frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = 0.2 \Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.08$$

$$P(A \cap \bar{B}) = 4P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

נתון אחר מהשאלה:

	$\bar{A}$	A	
0.6	0.08	0.52	B
0.4	0.08	0.32	$\bar{B}$
1	0.16	0.84	

$$P(\bar{A}) = 0.16$$

$$\frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0.08}{0.16} = \frac{1}{2}$$

$$P(A) + P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

$$= 0.84 + 0.08 = 0.92$$

3. נבחרו מבוגרים או יין צעירים שמתנגדים לבנייה

לחי"ן של מבוגרים שמתנגדים לבנייה לקחנו בחשבון

בשום פניו אף ההסתברות של המבוגרים

בסוף השנה ייבחנו תלמידי בית ספר מסוים בשני מבחני מתכונת שיערכו בזה אחר זה. מניסיו העבר ידוע ש- 60% מהתלמידים מצליחים במבחן הראשון, ו-70% מהתלמידים מצליחים במבחן השני. 80% מהתלמידים המצליחים במבחן השני, מצליחים במבחן הראשון.

ד. (1) בוחרים באקראי תלמיד אחד. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר יצליח לפחות באחד משני המבחנים?

(2) בוחרים באקראי 3 תלמידים מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם יצליחו לפחות באחד משני המבחנים?

ה. בוחרים באקראי 2 תלמידים. מהי ההסתברות ששניהם ייכשלו במבחן הראשון ויצליחו במבחן השני?

$$P(A) = \text{להצליח בהמשך} = 0.6$$

$$P(B) = \text{להצליח בשני} = 0.7$$

להתנאים:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.8 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.7 \cdot 0.8 = 0.56$$

נתא את הטבלה:

	$\bar{A}$	A	
0.7	0.14	0.56	B
0.3	0.26	0.04	$\bar{B}$
1	0.4	0.6	

1.  $P(\text{להצליח לפחות במבחן אחד}) = 1 - \underbrace{P(\bar{A} \cap \bar{B})}_{\text{להיכשל בשניהם}} = 1 - 0.26 = 0.74$

2. (בדיוק 2 מתוך 3 יבחינו ב-1 לפחות במבחן אחד)

$$= \binom{3}{2} (0.74)^2 \cdot (0.26) = 0.4271$$

3.  $P(\text{להיכשל בהמשך ולהצליח בשני}) : P(\bar{A} \cap B) = 0.14$

אך הסיכויים לבחור מתוך 2 תלמידים את אלוהם 2 ששניהם בהמשך ולבחור

את השני היא

$$\binom{2}{2} (0.14)^2 \cdot (0.86) = 0.0196$$



זורקים מטבע שעל צד אחד שלו יש תמונה, ועל צידו האחר יש מספר. ידוע

שהסתברות לקבל תמונה גדולה ב-50% מההסתברות לקבל מספר.

ו. מצא מהי ההסתברות לקבל תמונה.

ז. שני אנשים זורקים כל אחד את המטבע. הראשון זורק 5 פעמים, השני זורק 15

פעמים. למי מהאנשים יש הסתברות גדולה יותר לקבל תמונה בדיוק ב-60%

מהזריקות שלו?

$$x + 1.5x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

$x$  - ההסתברות לקבל מספר לכן ההסתברות לקבל תמונה הינה  $1.5x$

לכן ההסתברות לקבל תמונה היא  $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

2. עבור הראשון 60% מהזריקות הן 3 זריקות לכן ההסתברות לקבל תמונה בזריקת

ב 3 מתוך 5 היא

$$\left(\frac{5}{3}\right) \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 0.3456$$

עבור השני 60% הינם 9 זריקות:

$$\left(\frac{15}{9}\right) \left(\frac{3}{5}\right)^9 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^6 = 0.206$$

לכן ההסתברות שהאיש שזרק 5 פעמים יצליח יותר

- במבחן רב ברירה (מבחן אמריקאי) יש 4 שאלות שוות משקל. לכל שאלה 3 אפשרויות תשובה, ורק אחת מהן נכונה. תשובה נכונה לשאלה מזכה ב-25 נקודות.
- א. תלמיד שלא התכוון למבחן בחר באקראי תשובה לכל אחת מארבעת השאלות. מהי ההסתברות שהציון של התלמיד שלא התכוון למבחן יהיה גבוה מ-50 נקודות?
- ב. כל תלמיד שקיבל ציון הגבוה מ-50 נקודות עבר את המבחן. 20% מתלמידי הכיתה לא התכוונו למבחן ובחרו תשובות באקראי. 90% מבין התלמידים שהתכוונו למבחן קיבלו ציון הגבוה מ-50 נקודות.
- (1) מהי ההסתברות שתלמיד לא התכוון למבחן וגם קיבל ציון גבוה מ-50 נקודות.
- (2) מבין התלמידים שנכשלו במבחן, בוחרים באקראי תלמיד אחד. מהי ההסתברות שהתלמיד שבחרים התכוון למבחן? בתשובתיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשירונית.

$$P(\text{למש נבין תשובה}) = \frac{1}{3}$$

1.

$$P(\text{למש 4 תשובות}) = P(\text{למש 3 תשובות}) + P(\text{למש 4 תשובות})$$

$$= \binom{4}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \binom{4}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{1}{9}$$

2.

$$P(\text{למש 1 קיבל יותר מ-50}) = P(\text{למש 1 קיבל יותר מ-50})$$

$$= P(\text{למש 1 קיבל יותר מ-50}) \cdot P(\text{למש 1 קיבל יותר מ-50}) = \frac{1}{9} \cdot 0.2 = \frac{1}{45}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.9$$

$$P(A \cap B) = 0.8 \cdot 0.9 = \frac{18}{25}$$

$$P(A) \cdot \text{התכונן למבחן} = P(A) - P(B)$$

	$\bar{A}$	A	
$\frac{167}{225}$	$\frac{1}{45}$	0.72	B
$\frac{58}{225}$	$\frac{8}{45}$	0.08	$\bar{B}$
1	0.2	0.8	

$$P(\text{מאד רגוע} | \text{הנכס}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.08}{\frac{58}{225}} = \frac{9}{29}$$

בשדה פרחים גדול יש פרחים בשלושה צבעים.  $\frac{1}{3}$  מן הפרחים לבנים,  $\frac{1}{4}$  מן הפרחים צהובים וכל שאר הפרחים סגולים. יוסי וורד קטפו פרחים מן השדה. יוסי קטף שני פרחים באקראי.

א. מה ההסתברות ששני הפרחים שקטף היו באותו צבע ?

ב. ידוע שיוסי קטף שני פרחים באותו צבע. מה ההסתברות ששני הפרחים שקטף היו צהובים ?

ג. ורד מכינה זרים מפרחים שהיא קוטפת באקראי מן השדה. בכל זר יש 5 פרחים בדיוק.

א. (1) חשב את הסיכוי שבזר אחד שהיא מכינה יהיה לפחות פרח אחד סגול

(2) ורד הכינה 3 זרים. מה הסיכוי שבכל אחד מן הזרים שהכינה יש לפחות

פרח אחד סגול ?

$$1. \quad P(2 \text{ סגולים}) + P(2 \text{ צהובים}) + P(2 \text{ לבנים}) = P(2 \text{ פרחים באותו צבע})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{25}{72}$$

$$2. \quad P(\text{שני צהובים} | \text{שני פרחים באותו צבע}) = \frac{P(\text{שני צהובים})}{P(2 \text{ פרחים באותו צבע})}$$

$$\frac{0.25 \cdot 0.25}{\frac{25}{72}} = \frac{9}{50}$$

$$3. \quad P(\text{אף פרח סגול}) = 1 - P(\text{לפחות פרח אחד סגול})$$

$$= 1 - \binom{5}{0} \left(\frac{5}{12}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^5 = 0.932$$

$$4. \quad P(\text{אף זר לא מכיל פרח סגול}) = 1 - P(\text{לפחות זר אחד מכיל פרח סגול})$$

$$= 1 - \binom{3}{0} (0.932)^3 \cdot (0.0675)^0 = 0.8107$$