

$$x = 8$$

$$x \neq 8 \quad \text{מִיָּדָה:}$$

$$x = 8 \quad \text{עֵלֶּה אֲנִיבֵּלֵר:$$

$$x = -3$$

$$x \neq -3 \quad \text{מִיָּדָה:}$$

$$x = -3 \quad \text{עֵלֶּה אֲנִיבֵּלֵר:$$

שאלות

עבור כל הפונקציות הבאות, מצא את משוואת האסימפטוטות האופקיות:

$$y = \frac{x^3+3}{x-9} \quad .7$$

$$y = \frac{1}{x} \quad .1$$

$$y = 2 - \frac{x^2+5}{x-2} \quad .8$$

$$y = \frac{x^2}{x-2} \quad .2$$

$$y = \frac{3-x^3}{x^4+2x^2+4x-1} \quad .9$$

$$y = \frac{x+3}{x^2+2} \quad .3$$

$$y = \frac{x}{4x^2} + \frac{3x}{4x-5} \quad .10$$

$$y = \frac{2x^2-5}{-x^2+4} \quad .4$$

$$y = \frac{x^2-9}{2x^2+9} - \frac{x-3}{2} + \frac{5-x^2}{x+2x^2} \quad .11$$

$$y = \frac{x+5}{-x-1} - 1 \quad .5$$

$$y = 3 - \frac{x^3+4}{x} + 3x \quad .12$$

$$y = \frac{x^3+3x^2-7}{4x^3+6} - \frac{3}{4} \quad .6$$

1) $y=0$	במקרה יש לנו מספר חזושי סלא חלו' ב-x. במקרה יש x ולכן הביטוי החזק יותר (מצא במקרה)
2) א' /	הביטוי עם החזקה הגבוהה ביותר (x^2) (מצא במקרה).
3) $y=0$	הביטוי עם החזקה הגבוהה ביותר (x^2) (מצא במקרה).
4) $y=-2$	הביטוי עם החזקה הגבוהה ביותר (x^2) (מצא הו במורה והו במקרה).

לכן נבדל חלקי מקדמים: $-2 = \frac{2}{-1}$

5) $y = -2$

הביטוי הימני:

הביטוי עם החזקה הישואה בייגה
(x) (מצא הן מלינה והן הלכנה).
לכן נבדל חלקי מקדמים: $\frac{1}{-1} = -1$

הביטוי הימני:

הביטוי אינו גריו ג-x וכן מצטרף
לחילום האסי למטולה כמו טהוא.

מכאן: $-1 - 1 = -2$

6) $y = -\frac{1}{2}$

הביטוי הימני:

הביטוי עם החזקה הישואה בייגה
(x) (מצא הן מלינה והן הלכנה).
לכן נבדל חלקי מקדמים: $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

הביטוי הימני:

הביטוי אינו גריו ג-x וכן מצטרף
לחילום האסי למטולה כמו טהוא.

מכאן: $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$

7) א' /

הביטוי עם החזקה הכבירה ביותר
(x^2) (מצא מלינה).

8) א' /

הביטוי הימני:

הביטוי אינו גריו ג-x.

הביטוי הימני:

הביטוי עם החזקה הכבירה ביותר
(x^2) (מצא מלינה).

גמצבים כאלה לא תהיה אסי למטולה
אולקור.

טעג (ניצב) אנטלעך שטאטאסטיקע הייל $y=2$
 אק לא בק הי דער. מבייון שטיטוי הימני
 שטאטאסטיקע אעוויס לאוז אוקלעם לאוז, הייסט
 שטיטוי היטאלי (+2) אינה לאוורטאיר.

9) $y=0$ הייטוי עם היצקה האבירה בייטר
 (יג) (מצא במנה).

10) $y = \frac{3}{4}$ הייטוי היטאלי:
 הייטוי עם היצקה האבירה בייטר
 (יג) (מצא במנה).
 הייטוי הימני:
 הייטוי עם היצקה האבירה בייטר
 (א) (מצא הן מיינה והן במנה).
 און נבצר חוקק מקלמ'ם:
 $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$
 $0 + \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ מבטן:

11) אין. הייטוי האמצעי!
 הייטוי עם היצקה האבירה בייטר
 (יג) (מצא במנה).
 • בראש שיש אפטיק היטוי ד בפני'
 שטאטאסטיקע אעוויס/קלעם,
 זיבין אין אס' אולקיר. כאה שאה 8.

12) אין. הייטוי האמצעי!
 הייטוי עם היצקה האבירה בייטר
 (יג) (מצא במנה).
 • בראש שיש אפטיק היטוי ד בפני'
 שטאטאסטיקע אעוויס/קלעם,
 זיבין אין אס' אולקיר.

$$3) f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2 - x - 2) - 2 \cdot (2x - 1)}{(x^2 - x - 2)^2} = \frac{-4x + 2}{(x^2 - x - 2)^2}$$

$$4) f'(x) = \frac{6(x^3 + 8) - 6x(3x^2)}{(x^3 + 8)^2} = \frac{6x^3 + 48 - 18x^3}{(x^3 + 8)^2} = \frac{-12x^3 + 48}{(x^3 + 8)^2}$$

$$5) f'(x) = \frac{2x(x^4 - 9x^2) - (x^2 - 2)(4x^3 - 18x)}{(x^4 - 9x^2)^2} = \frac{2x^5 - 18x^3 - 4x^5 + 18x^3 + 8x^3 - 36x}{(x^4 - 9x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2x^5 + 8x^3 - 36x}{(x^4 - 9x^2)^2}$$

$$6) f'(x) = \frac{2x(x^2 - 13x + 36) - x^2(2x - 13)}{(x^2 - 13x + 36)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 - 26x^2 + 72x - 2x^3 + 13x^2}{(x^2 - 13x + 36)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-13x^2 + 72x}{(x^2 - 13x + 36)^2}$$

$$7) f'(x) = \frac{(3x^2 + 5) \cdot 3 - (x^3 + 5x - 1) \cdot 0}{9} = \frac{3x^2 + 5}{3}$$

$$8) f'(x) = \frac{2x(x^2 + 6) - (x^2 - 5) \cdot 2x}{(x^2 + 6)^2} = \frac{2x(x^2 + 6 - x^2 + 5)}{(x^2 + 6)^2}$$

$$f'(x) = \frac{22x}{(x^2 + 6)^2}$$

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 3} \cdot 13$$

$$f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 9} \cdot 9$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 24}{x^2 - 16} \cdot 14$$

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 30}{x - 6} \cdot 10$$

$$f(x) = 3x + \frac{2x^2 - 1}{5 + x^3} \cdot 15$$

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 4} \cdot 11$$

$$f(x) = \frac{3x^3 - \frac{2}{3}x^2}{x - 3} \cdot 12$$

$$9) f(x) = \frac{\cancel{x+3}}{(\cancel{x+3})(x-3)} = \frac{1}{x-3}$$

• בעיניי ויש אטלס
 לצלם את הסיוק צ"ה
 לפני הצלירה, מותר אומר
 זאת

• חלבו אצור לטר"ה
 (נידוק לפני צלמים!)

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x-3) - 1 \cdot 1}{(x-3)^2} = \frac{1}{(x-3)^2}$$

$$10) f(x) = \frac{\cancel{(x-6)}(x+5)}{\cancel{(x-6)}} = x+5$$

$$f'(x) = 1$$

{ ראה היסוד
 נשאה 9 }

$$11) f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2-4) - 4 \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = -\frac{8x}{(x^2-4)^2}$$

$$12) f'(x) = \frac{(9x^2 - \frac{4}{3}x)(x-3) - (3x^3 - \frac{2}{3}x^2) \cdot 1}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{(27x^2 - 4x) \cdot (x-3) - 9x^3 + 2x^2}{3}}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{27x^3 - 4x^2 - 81x^2 + 12x - 9x^3 + 2x^2}{3(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{18x^3 - 83x^2 + 12x}{3(x-3)^2}$$

(ד) חיתוך עם x: $(y=0)$

$$0 = \frac{x^2}{x-5}$$

$$0 = x^2$$

$$x = 0$$

$(0, 0)$

למעט y.

$$10 < x, 0 > x$$

(ז) תמונה עולה:

$$5 < x < 10, 0 < x < 5$$

תמונה יורדת:

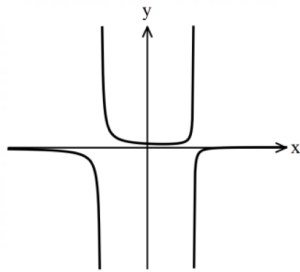
3. בציור מתואר גרף הפונקציה $y = \frac{x-5}{x^2-9}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.



$$x^2 - 9 \neq 0$$

$$x \neq \pm 3$$

פירוק:

$$(x+3)(x-3) = 0$$

$$x = -3$$

$$x = 3$$

$$f'(x) = \frac{1(x^2-9) - (x-5) \cdot 2x}{(x^2-9)^2} = \frac{x^2-9-2x^2+10x}{(x^2-9)^2} \quad (ב)$$

$$f'(x) = \frac{-x^2+10x-9}{(x^2-9)^2}$$

$$0 = -x^2+10x-9$$

$$x = 9$$

$$x = 1$$

x	-5	-3	0	1	2	3	5	9	10
f'(x)	-	/	-	0	+	/	+	0	-
f(x)	↘	/	↘	min	↗	/	↗	max	↘

$$f'(-5) = -\frac{21}{64}, f'(0) = -\frac{1}{9}, f'(2) = \frac{7}{25}, f'(5) = \frac{1}{16}, f'(10) = -\frac{9}{8281}$$

$$f(1) = -0.5, f(9) = \frac{1}{18}$$

$$\min(1, \frac{1}{2}), \max(9, \frac{1}{18})$$

(y=0) : x של פונקציה (d)

$$0 = \frac{x-5}{x^2-9}$$

$$0 = x - 5$$

$$x = 5$$

$$(5, 0)$$

(x=0)

: y של פונקציה

$$y(0) = \frac{0-5}{0^2-9} = \frac{5}{9}$$

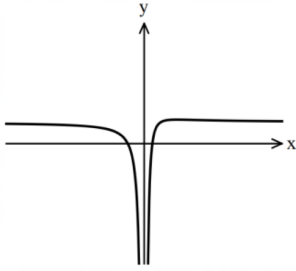
$$(0, \frac{5}{9})$$

$$3 < x < 9, 1 < x < 3$$

(ג) תחומי עזרה:

$$9 < x, -3 < x < 1, -3 > x$$

תחומי הריבוע:



9. בצירור מתואר גרף הפונקציה $y = \frac{x^2+x-2}{x^2}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ת"כ: $x \neq 0$ (א)

$$f'(x) = \frac{(2x+1)x^2 - (x^2+x-2) \cdot 2x}{x^4} \quad (ב)$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{2x^3} + x^2 - \cancel{2x^3} - 2x^2 + 4x}{x^4}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 4x}{x^4}$$

$$0 = -x(x-4)$$

ת"כ: $x=0$ (א) $x=4$ (ב)

x	-1	0	1	4	5
f'(x)	-	/	+	0	-
f(x)	↘	/	↗	max	↘

$$f'(-1) = -5, \quad f'(1) = 3, \quad f(5) = -\frac{1}{125}$$

$$f(4) = \frac{9}{8}$$

max(4, $\frac{9}{8}$)

$$0 = x^2 + x - 2$$

\swarrow \searrow
 $x=1$ $x=-2$

(א) חיתוך עם x : $(y=0)$

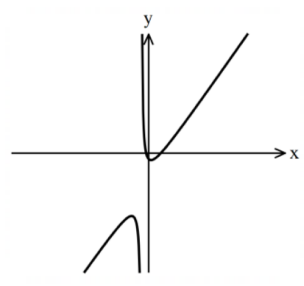
$(1, 0), (-2, 0)$

(ב) חיתוך עם y : $(x=0)$

א' , $x=0$ לא נואלד .

(ג) תמונה עולה : $0 < x < 4$

תמונה יורדית : $x > 0, x < 4$



10. בציור מתואר גרף הפונקציה $y = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 3}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(א) ת"ה : $x \neq -3$

$x + 3 \neq 0$

ת. נש.

$x + 3 = 0$

$x = -3$

(ב)
$$f'(x) = \frac{(2x-4)(x+3) - (x^2-4x-5) \cdot 1}{(x+3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 6x - 4x - 12 - x^2 + 4x + 5}{(x+3)^2}$$

5. מתוך בגרות חורף 2007

נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת על ידי $f(x) = \frac{5+2x}{4-x^2}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה
- לאילו ערכי m אין פתרון למשוואה $f(x) = m$?

$$4 - x^2 \neq 0$$

(א) ת"ה:

תוצאה:

$$x \neq 2, x \neq -2$$

$$4 - x^2 = 0$$

$$(2-x)(2+x) = 0$$

$$x = 2 \quad x = -2$$

(ב) חיתוך עם x : $(y=0)$

$$0 = \frac{5+2x}{4-x^2}$$

$$(-2.5, 0)$$

$$0 = 5 + 2x$$

$$2x = -5$$

$$x = -2.5$$

(ג) חיתוך עם y : $(x=0)$

$$f(0) = \frac{5+2 \cdot 0}{4-0^2} = \frac{5}{4}$$

חיתוך עם y :

$$(0, \frac{5}{4})$$

נקודות קיצון: $x=2, x=-2$

נקודות קיצון: $y=0$, הביטויים הם החלקים המבודדים בלוגיקה

$$f'(x) = \frac{2(4-x^2) + (5+2x) \cdot 2x}{(4-x^2)^2} \quad (2)$$

$$f'(x) = \frac{8 - 2x^2 + 10x + 4x^2}{(4-x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 10x + 8}{(4-x^2)^2}$$

$$0 = 2x^2 + 10x + 8$$

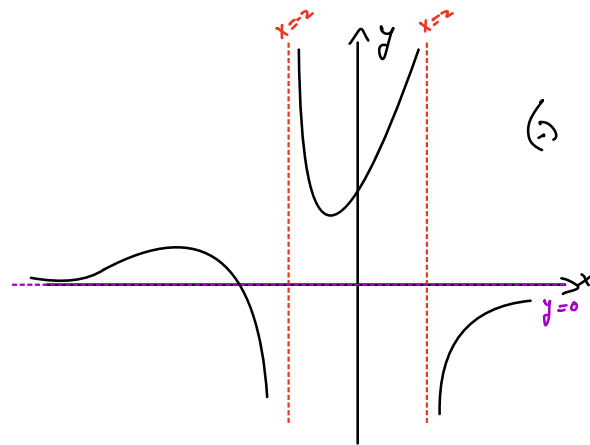
$x = -1$ $x = -4$

x	-5	-4	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	0	2	3
$f'(x)$	+	0	-	///	-	0	+	///	+
$f(x)$	↗	max x	↘	///	↘	min	↗	///	↗

$$f'(-5) = \frac{8}{441}, \quad f'(-3) = -\frac{4}{25}, \quad f'(-\frac{3}{2}) = -\frac{40}{49}, \quad f'(0) = \frac{1}{2}, \quad f'(3) = \frac{56}{25}$$

$$f(-4) = \frac{1}{4}, \quad f(-1) = 1$$

max $(-4, \frac{1}{4})$, min $(-1, 1)$



(1) באשר $\frac{1}{4} < m < 1$ אין להשיגה תיכון.
 הישר מהצורה $y = m$ הוא ישר המקביל לציר x.
 מכיוון שישנה נק' מקסימום של $y = \frac{1}{4}$ היא
 $\frac{1}{4}$ ונק' מינימום של $y = \frac{1}{4}$ היא 1 ובנוסף
 יש גם אנכי של $y = \frac{1}{4}$ (אזר טווח) לכן
 יש גם אין לסיקציה אף נקודה.