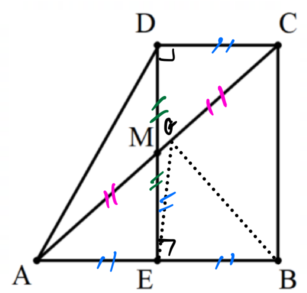
שם: ספיר

4. **מתוך בגרות קיץ 2005**



ABCD הוא טרפז ישר-זווית. האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M.

נתון: DM = ME.

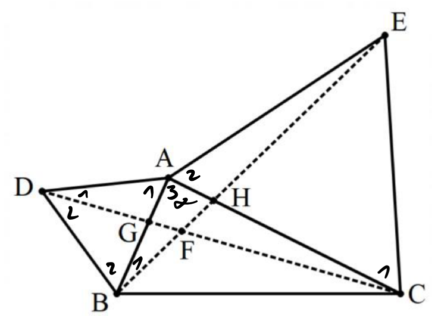
א. **הוכח** כי AE = EB.

ב. האנך מ-B לאלכסון AC חותך את האלכסון בנקודה G. **הוכח** כי EB = GE.

טענה	נימוק
$\measuredangle B = 90^\circ$	נתון ABCD טרפז ישר״ז.
$\measuredangle DEB = 90^\circ$	נתון DE גובה.
$DE \parallel BC$	2 ישרים שסכום הזוויות הסמוכות שלהם 180 מקבילים.
DEBC - מקבילית	מרובע בעל 2 זוגות של צלעות נגדיות שוות הוא מקבילית.
$DE = BC$	צלעות נגדיות שוות במקבילית.
ME - קטע אמצעים	קטע אשר מקביל לצלע אחת ושווה למחציתה היא קטע אמצעים.
$AE = EB$	ME קטע אמצעים.
מ.ש.ל א	
$AE = EB$	הוכחנו.
$\measuredangle AGB = 90^\circ$	נתון BG אנך.
GE - תיכון	כי $AE = EB$.
$GE = EB$	במשולש ישר״ז התיכון ליתר שווה למחציתו.
מ.ש.ל ב	

עמ' 122

12. **מתוך בגרות קיץ 2007**



על הצלעות AC ו-AB של המשולש ΔABC בנו

משולשים שווי-צלעות, ΔACE ו-ΔABD.

א. **הוכח** כי $BE = DC$.

ב. BE חותך את הצלע AC בנקודה H ו-DC חותך את הצלע AB בנקודה G. BE ו-DC נפגשים בנקודה F. **מצא** את גודל הזווית $\measuredangle GFB$. נמק.

(הנחיה: סמן ב- β את $\measuredangle ADG$)

טענה	נימוק
$\triangle ABD, \triangle ACE$ - שו"צ	נתון.
$AB = AD = BD = x$	סימון.
$AC = CE = AE = y$	סימון.
$\measuredangle A_1 = \measuredangle D = \measuredangle B_2 = 60°$ $\measuredangle A_2 = \measuredangle E = \measuredangle C_1 = 60°$	במשו"צ כל הזוויות שוות $60°$.
$\measuredangle A_1 + \measuredangle A_3 = \measuredangle A_2 + \measuredangle A_3$ $= 60 + \alpha$ ⇓	$\measuredangle A_3 = \alpha$ סימון + חיבור זוויות.
$\triangle DAC \cong \triangle BAE$ ⇓	צ.ז.צ
$DC = BE$ מ.ש.ל. א	צלעות מתאימות בין משולשים חופפים.
$\measuredangle B_1 = \measuredangle D_1 = \beta$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים שוות. F סימון בהנחיה.
$\measuredangle D_2 = \measuredangle D - \measuredangle D_1 = 60 - \beta$	חיסור זוויות.

$$\sphericalangle GFB = 180 - \sphericalangle D_2 - \sphericalangle B_{1+2}$$

$$= 180 - (60-\beta) - (60+\beta)$$

$$= 180 - 60 \cancel{+\beta} - 60 \cancel{-\beta}$$

$$= 180 - 120 = 60^\circ$$

חיסור זוויות + חישוב.

מ.ש.ל ג'

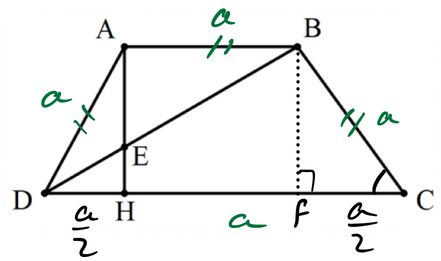
עמ' 123

15. **מתוך בגרות חורף 2008**

ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים. גובה הטרפז,

AH, חותך את האלכסון BD בנקודה E.

נתון: $AD = AB = BC = a$, $CD = 2a$.



א. חשב את היחס $\frac{AE}{EH}$.

ב. הבע באמצעות a את האורך של AE.

טענה	נימוק
Bf - גובה בטרפז	בניית עזר.
$BC = AD = a$	נתון.
$Bf = AH$	גבהים בין שני ישרים מקבילים שווים זל"ז.
$\angle C = \angle D$	זוויות בסיס שוות בטרפז שו"ש.
$\angle BfC = \angle AHD = 90$ ש	Bf ו- AH גבהים.
$\angle fBC = \angle DAH$	אם לזוג משולשים ישנן 2 זוויות מתאימות שוות אזי השלישית גם שווה.
$\triangle BfC \cong \triangle DAH$	ז.צ.ז
ABfH - מקבילית	מרובע בעל 2 זוגות של צלעות נגדיות שוות הוא מקבילית.
$AB = Hf = a$	צלעות נגדיות שוות במקבילית. + חוק המעבר.
$fC = DH$	זוויות מתאימות שוות בין משולשים חופפים.
$DC = DH + Hf + fC = 2a$ $2a = DH + a + fC$ $a = DH + fC$	חישוב.

$DH = fc$

$a = 2fc$

$\frac{a}{2} = fc = DH$

פיתגורס.

$DH^2 + HA^2 = AD^2$

$\frac{a^2}{4} + HA^2 = a^2$

$HA^2 = \frac{3a^2}{4}$

$HA = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

הרחבה שניה של תאלס

$\frac{AB}{DH} = \frac{AE}{EH}$

הצבה + חישוב.

$\frac{a}{\frac{a}{2}} = \frac{AE}{EH}$

$\frac{2\cancel{a}}{\cancel{a}} = \frac{AE}{EH}$

$\frac{AE}{EH} = 2$

מ.ש.ל א

נובע מהוכחה ב'

$\frac{AE}{AH} = \frac{2}{3}$

הצבה + חישוב.

$\frac{AE}{\frac{\sqrt{3}a}{2}} = \frac{2}{3}$

$\frac{\cancel{2}AE}{\sqrt{3}a} = \frac{\cancel{2}}{3}$

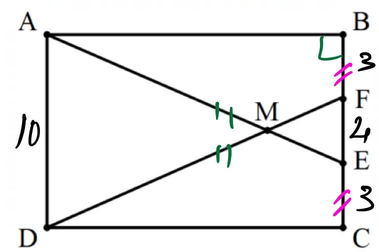
$AE = \frac{\sqrt{3}a}{3}$

$AE = \frac{a}{\sqrt{3}} = 0.577a$

מ.ש.ל ב'

17. מתוך בגרות קיץ 2021

המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע BC, כמתואר בציור. הקטעים AE ו-DF נחתכים בנקודה M.



א. **הוכח**: $\Delta AMD \sim \Delta EMF$.

נתון: AE = DF.

ב. **הוכח**: $BF = EC$.

נתון: $AD =$ 10 ס"מ , $FB =$ 3 ס"מ

ג. חשב את היחס $\frac{DF}{DM}$.

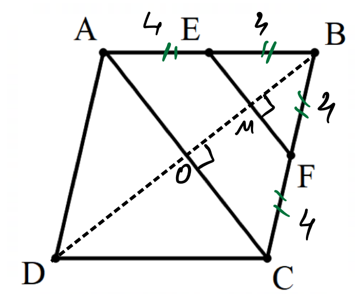
טענה	נימוק
$\measuredangle MFE = \measuredangle MDA$	זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות.
$\measuredangle MEF = \measuredangle MAD$	זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות.
$\Downarrow$	
$\Delta AMD \sim \Delta EMF$	עפ' ז.ז.
מ.ש.ל א'	
$AE = DF$	נתון.
$AB = DC$	צלעות נגדיות במלבן שוות.
$\measuredangle B = \measuredangle C = 90^\circ$	כל זוויות המלבן הן 90°.
$\Downarrow$	
$\Delta ABE \cong \Delta DCF$	צ.צ.ז. הזווית בת 90° ולכן היא מול הצלע הכי גדולה במשולש.
$\Downarrow$	
$BE = FC$	צלעות מתאימות בין משולשים חופפים שוות.

$BE = BF + FE$	חיבור צווית
$FC = FE + EC$	
$BF + \cancel{FE} = EC + \cancel{FE}$	חישוב + הצבה.
$BF = EC$	
מ.ש.ל ב'	
$BF = EC = 3$ ס"מ	נתון + חוק המעבר.
$BC = AD = 10$ ס"מ	צלעות נגדיות במלבן שוות + נתון.
$BC = BF + FE + EC$	חיבור צלעות.
$10 = 3 + FE + 3$	הצבה + חישוב.
$FE = 4$ ס"מ	
$\frac{FE}{AD} = \frac{MF}{MD}$	הרחבה שנייה של תאלס.
$\frac{4}{10} = \frac{MF}{MD}$	הצבה + חישוב.
$\frac{2}{5} = \frac{MF}{MD}$	
$MF = 2x$	סימון.
$MD = 5x$	
$DF = DM + MF = 7x$	חיבור צלעות.
$\frac{DF}{DM} = \frac{7x}{5x} = \frac{7}{5}$	הצבה.
מ.ש.ל ג	

18. **מתוך בגרות חורף 2021**

בשרטוט שלפניך מתואר מעוין ABCD. הנקודות

F, E הן אמצעי הצלעות BC וAB בהתאמה.



א. הוכח כי $AC \parallel EF$

ב. (1) הוכח: $\Delta EBF \sim \Delta ABC$.

(2) מצא את היחס בין שטח המשולש ΔEBF

ובין שטח המעוין ABCD.

ג. הוכח כי $EF \perp BD$

נתון: היקף המעוין 32 ס״מ, $EF = 2\sqrt{7}$ ס"מ,

M היא נקודת החיתוך של BD ו-EF.

ד. (1) מצא את BM.

(2) מצא את MD.

טענה	נימוק
$AB = BC$ ⇓	במעוין כל הצלעות שוות.
$AE = EB = BF = FC$	חצאי קטעים שווים, שווים.
EF - קטע אמצעים.	קטע היוצא מאמצעי 2 צלעות במשולש הוא קטע אמצעים.
$EF \parallel AC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית במשולש.
מ.ש.ל א'	
$\frac{EB}{AB} = \frac{BF}{FC}$	הרחבה ראשונה של תאלס.
$\measuredangle B = \measuredangle B$ ⇓	
$\Delta EBF \sim \Delta ABC$	צ.ז.צ (צלעות ביחס פרופורציוני).
מ.ש.ל ב'1	

$S_{\triangle ABC} = S_{ABCD} \cdot \frac{1}{2}$	
$\frac{EB}{AB} = \frac{1}{2}$	E אמצע AB.
⇓	
יחס הדמיון בין המשולשים: $\frac{1}{2}$	
⇓	
ויחס השטחים: $\frac{1}{4}$	ויחס השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע.
⇓	
$\frac{S_{\triangle EBF}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{8}$	חישבנו את יחס השטחים כלפי חצי מעוין. נשאר רק לחלק ב-2 ולקבל את היחס הרצוי.
מ.ש.ל ב2	
$AC \perp BD$	אלכסונים במעוין מאונכים זה לזה.
$AC \parallel EF$	הוכחנו.
⇓	
$EF \perp BD$	קטעים מקבילים ניצבים לאותם קטעים.
מ.ש.ל ג	
$EB = BF$	הוכחנו.
$\triangle EBF$ - ש"ש	
⇓	
BM - תיכון	במשולש שו"ש הגובה מתלכד עם התיכון.
$EF = 2\sqrt{7}$	נתון.
⇓	
$MF = \sqrt{7}$	
היקף המעוין 32 ס"מ	נתון
$BC = 8$ ס"מ	חלוקת ההיקף ל-4 כי במעוין כל הצלעות שוות.

$Bf = 4$ ס"מ	נתון f אמצע BC.
$Bm^2 + mf^2 = Bf^2$	פיתגורס.
$Bm^2 + \sqrt{7}^2 = 4^2$	הצבה + חישוב.
$Bm^2 + 7 = 16$	
$Bm^2 = 9$	
$BM = 3$ ס"מ	
מ.ש.ל ג'	
Ef - קטע אמצעים	הוכחנו.
$2Ef = AC$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית.
$2 \cdot 2\sqrt{7} = AC$	
$AC = 4\sqrt{7}$ ס"מ	
O - מפגש אלכסוני המקבילית	סימון
$2OC = AC$	אלכסוני המעוין חוצים זה את זה.
$2OC = 4\sqrt{7}$	
$OC = 2\sqrt{7}$	
$BO^2 + OC^2 = BC^2$	פיתגורס
$BO^2 + 28 = 64$	חישוב
$BO^2 = 36$	
$BO = 6$ ס"מ	
$2 \cdot BO = BD$	אלכסוני המעוין חוצים זה את זה.
$2 \cdot 6 = BD = 12$ ס"מ	חישוב
$BD = MD + BM$	חיבור קטעים.

$12 = MD + 3$

$MD = 9$
ס"מ

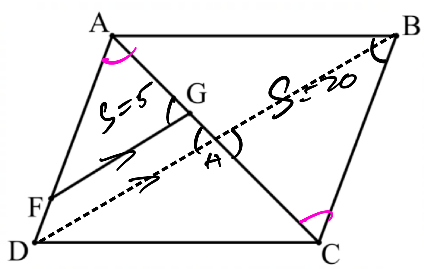
מ.ש.ל ג

הצבה + חישוב.

עמ' 125

19. **מתוך בגרות קיץ 2020 מועד ב'**

בציור שלפניך מתוארת המקבילית ABCD. G היא נקודה על האלכסון AC במקבילית ו-F היא נקודה על הצלע AC. **נתון**: $\measuredangle FGA = \measuredangle ABC$.



א. (1) **הוכח**: $\Delta FAG \sim \Delta ACB$.

(2) **הוכח**: $AF \cdot DC = FG \cdot AC$.

ב. **נתון** כי שטח המשולש ΔABC הוא 20 סמ"ר וכי שטח המשולש ΔFGA הוא 5 סמ"ר.

חשב את היחס $\frac{AF}{AC}$.

ג. **נתון**: $FG \parallel BD$, אלכסוני המקבילית נחתכים בנקודה H. **הוכח**: $\Delta ABC \sim \Delta BHC$

טענה	נימוק
$\measuredangle FGA = \measuredangle ABC$	נתון.
$\measuredangle ACB = \measuredangle DAC$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים.
$\Delta FAG \sim \Delta ACB$	עפ' ז.ז.
$\frac{AF}{FG} = \frac{AC}{AB}$	יחס הצלעות בדמיון.
$AF \cdot AB = AC \cdot FG$	
$AB = DC$	צלעות נגדיות במקבילית שוות.
$AF \cdot DC = AC \cdot FG$	הצבה
מ.ש.ל. א'	

יחס השטחים - $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$	נתון.
$\Downarrow$	
יחס הדמיון - $\frac{1}{2}$	יחס השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע.
$\Downarrow$	
$\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$	
מ.ש.ל ב׳	
$\sphericalangle AGF = \sphericalangle AHD$	זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.
$\sphericalangle AHD = \sphericalangle BHC$	זוויות קודקודיות שוות.
$\sphericalangle BHC = \sphericalangle B$	חוק המעבר
$\sphericalangle HCB = \sphericalangle HCB$	זווית משותפת.
$\Downarrow$	
$\triangle ABC \sim \triangle BHC$	ז.ז.
מ.ש.ל ג׳	