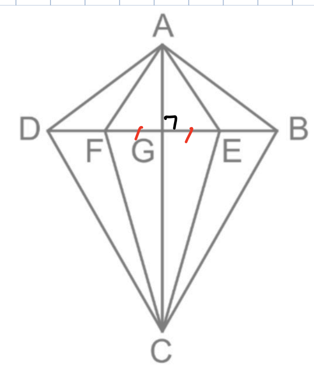
8. אלכסוני הדלתון $ABCD$ נפגשים בנקודה G.
אמצעי הקטעים BG, DG מסומנים באותיות E,F בהתאמה.

א. הוכח: המרובע $AECF$ דלתון

ב. מצא את היחס בין שטח הדלתון $ABCD$ לבין שטח הדלתון $AECF$.

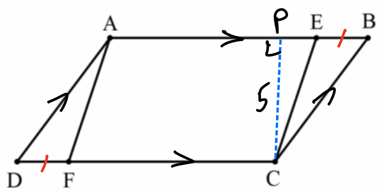


טענה	נימוק
$DG = BG$	בדלתון האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני.
F - אמצע DG E - אמצע BG	נתון.
$\Downarrow$	
$FG = GE$	חצאי קטעים שווים, שווים זה לזה.
$AG \perp DB$	אלכסוני דלתון מאונכים זה לזה.
$\Downarrow$	
AG - תיכון וגובה במשולש AFE	
$\triangle AEF$ - מש"ש	משולש שבו התיכון והגובה מתלכדים הוא מש"ש.
GC - גם תיכון במשולש EFC	הוכח למעלה.
$\Downarrow$	
$\triangle EFC$ - מש"ש	משולש שבו התיכון והגובה מתלכדים הוא מש"ש.
AECF - דלתון	מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים הוא דלתון.

מ.ש.ל. א'

טענה	נימוק
$BG = DG = x$	הוכח למעלה + הגדרה.
$FG = GE = \frac{x}{2}$	הוכח למעלה + חישוב.
$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot 2x}{2}$ $S_{AECF} = \frac{AC \cdot x}{2}$	נוסחת שטח דלתון + הגדרה.
$\frac{S_{ABCD}}{S_{AECF}} = \frac{\frac{\cancel{AC} \cdot 2\cancel{x}}{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{AC} \cdot \cancel{x}}{\cancel{2}}} = 2$	חישוב.
היחס הוא 1:2	
מ.ש.ל. ב'	

12. המרובע ABCD הוא מקבילית. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-CD בהתאמה, כך שמתקיים: EB = DF.



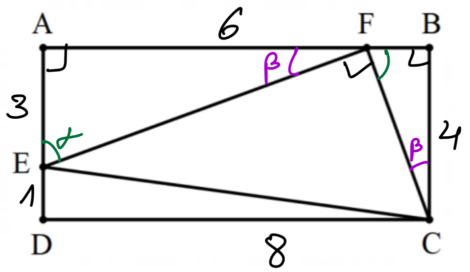
א. **הוכח**: המרובע AECD הוא מקבילית.

ב. שטח המקבילית ABCD הוא 60 סמ"ר והיקפה 38 ס"מ, הגובה לצלע AB הוא 5 ס"מ.

מצא את אורכי צלעות המקבילית.

טענה	נימוק
$EB = DF$	נתון
$AB = DC$	צלעות נגדיות במקבילית שוות.
$AE = FC$	חיסור קטעים שווים מקטעים שווים.
AECD - מקבילית.	מרובע בעל זוג צלעות נגדיות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
מ.ש.ל א'	
CP - גובה ל-AB $= 5$ ס"מ	סימון
$S_{ABCD} = CP \cdot AB = 60$	הצבה + חישוב
$5 \cdot AB = 60$	
$AB = 12$ ס"מ $= DC$	
$AB = DC$, $AD = BC$	צלעות נגדיות במקבילית שוות
$P_{ABCD} = AB + DC + AD + BC$	נוסחת היקף.

נימוק	טענה
נתון.	$\overbrace{AB + DC}^{24} + AD + BC = 38$ ס״מ
חישוב + הצבה	$24 + 2AD = 38$
	$2AD = 14$
	$AD = 7 = BC$
	מ.ש.ל כ׳



7. המרובע ABCD הוא מלבן.

נתון: $\measuredangle BFC = \measuredangle AEF$.

א. **הוכח**: המשולש ΔEFC הוא ישר-זווית.

נתון: BC = 4 ס"מ, ED = 1 ס"מ, DC = 8 ס"מ,
AF = 6 ס"מ.

ב. חשב את שטח המשולש ΔEFC

טענה	נימוק
$\measuredangle A = 90^\circ$	זווית במלבן 90°
$\measuredangle AEF = \measuredangle BFC = \alpha$	נתון + סימון.
$\measuredangle AFE = \beta$	סימון.
$\measuredangle AFE + \measuredangle A + \measuredangle AEF = 180^\circ$ $\Downarrow$	סכום זוויות במשולש 180°
$\beta + 90 + \alpha = 180^\circ$ $\beta + \alpha = 90$	חישוב + הצבה.
$\measuredangle AFE + \measuredangle BFC + \measuredangle EFC = 180^\circ$	זווית שטוחה בת 180°
$\overbrace{\beta + \alpha}^{90^\circ} + \measuredangle EFC = 180$ $90 + \measuredangle EFC = 180$ $\measuredangle EFC = 90^\circ$ $\Downarrow$ ΔEFC - ישר זווית מ.ש.ל א'	חישוב + הצבה.
$BC = AD = 4$	צלעות נגדיות שוות במלבן. + נתון.
$AD = AE + \overbrace{ED}^{1} = 4$ $AE = 3$	הצבה + חישוב + נתון.

נימוק	טענה
פיתגורס	$AF^2 + AE^2 = FE^2$
חישוב.	$36 + 9 = FE^2$ $FE = \sqrt{45}$
צלעות נגדיות שוות במלבן. + נתון.	$AB = DC = 8$
חישוב	$AB = \overset{6}{AF} + FB = 8$ $FB = 2$
	$FB^2 + BC^2 = FC^2$ $4 + 16 = FC^2$ $FC = \sqrt{20}$
	$S_{\triangle EFC} = \frac{FC \cdot FE}{2}$
	$S_{\triangle EFC} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{45}}{2} = 15$ סמ"ר

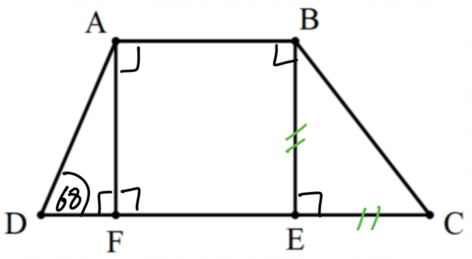
מ.ש.ל. כ'

9. המרובע ABCD הוא טרפז.

נתון: AF ו-BE הם גבהים בטרפז,

$EB = EC$, $\sphericalangle ADF = 68°$.

מצא את זוויות הטרפז.



טענה	נימוק
משו"ש ΔBEC –	נתון $EB = EC$
$\sphericalangle EBC = \sphericalangle BCE$	זוויות בסיס במשו"ש שוות.
$\sphericalangle EBC = \sphericalangle BCE = 45°$	סכום זוויות במשולש $180°$
$\sphericalangle ABC = \overbrace{\sphericalangle ABE}^{90} + \overbrace{\sphericalangle EBC}^{45}$	הדבקה + חישוב
$\sphericalangle ABC = 135°$	
$\sphericalangle DAF = 180 - 68 - 90 = 22°$	סכום זוויות במשולש $180°$
$\sphericalangle DAB = \sphericalangle DAF + \sphericalangle BAF$	הדבקה + חישוב
$\sphericalangle DAB = 112°$	
מ.ש.ל	