

## משוואות טריגונומטריות

פתור את המשוואות הטריגונומטריות הבאות ומצא: **I**

(א) את הפתרונות הכלליים (המחזוריים).

(ב) את הפתרונות בתחום  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

$$\sin x = -0.5 \quad (3) \qquad \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \qquad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$2 \sin x = -\sqrt{2} \quad (6) \qquad 2 \sin x = 1 \quad (5) \qquad \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \sin x = -\frac{1}{2} \quad (9) \qquad 4 \sin x - 4 = 0 \quad (8) \qquad 3 \sin x = 0 \quad (7)$$

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרונות הכלליים:

$$\sin x = 0.3 \quad (12) \qquad \sin x = 0.1 \quad (11) \qquad \sin x = 0.8 \quad (10)$$

$$\sin x = -0.85 \quad (15) \qquad \sin x = -0.9 \quad (14) \qquad \sin x = -0.4 \quad (13)$$

**פתרונות:**

(1) א.  $45^\circ + 360^\circ K$ ,  $135^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ . (2) א.  $60^\circ + 360^\circ K$ ,  $120^\circ + 360^\circ K$ .

ב.  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ . (3) א.  $-30^\circ + 360^\circ K$ ,  $210^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $330^\circ$ ,  $210^\circ$ . (4) א.  $-60^\circ + 360^\circ K$ ,

$240^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $300^\circ$ ,  $240^\circ$ . (6) א.  $-45^\circ + 360^\circ K$ ,  $225^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $315^\circ$ ,  $225^\circ$ .

(7) א.  $180^\circ K$ . ב.  $0^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $360^\circ$ . (8) א.  $90^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $90^\circ$ . (9) א.  $-90^\circ + 360^\circ K$ .

ב.  $270^\circ$ . (10)  $53.13^\circ + 360^\circ K$ ,  $126.87^\circ + 360^\circ K$ . (11)  $5.74^\circ + 360^\circ K$ ,  $174.26^\circ + 360^\circ K$ .

(12)  $17.46^\circ + 360^\circ K$ ,  $162.54^\circ + 360^\circ K$ . (13)  $-23.58^\circ + 360^\circ K$ ,  $203.58^\circ + 360^\circ K$ .

(14)  $-64.16^\circ + 360^\circ K$ ,  $244.16^\circ + 360^\circ K$ .

פתור את המשוואות הטריגונומטריות הבאות ומצא: **II**

(א) את הפתרונות הכלליים (המחזוריים).

(ב) את הפתרונות בתחום  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

$$\cos x = -0.5 \quad (3) \qquad \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \qquad \cos x = 0.5 \quad (1)$$

$$4 \cos x = \sqrt{8} \quad (6) \qquad 2 \cos x = -\sqrt{3} \quad (5) \qquad \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \cos x + \frac{1}{3} = 0 \quad (9) \qquad 3 \cos x = 3 \quad (8) \qquad 5 \cos x = 0 \quad (7)$$

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרונות הכלליים:

$$\cos x = 0.3 \quad (12) \qquad \cos x = 0.9 \quad (11) \qquad \cos x = 0.4 \quad (10)$$

$$\cos x = -0.75 \quad (15) \qquad \cos x = -0.2 \quad (14) \qquad \cos x = -0.6 \quad (13)$$

**פתרונות:**

(1) א.  $\pm 60^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $60^\circ$ ,  $300^\circ$ . (2) א.  $\pm 30^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $30^\circ$ ,  $330^\circ$ .

(3) א.  $\pm 120^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $120^\circ$ ,  $240^\circ$ . (4) א.  $\pm 135^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $135^\circ$ ,  $225^\circ$ .

(5) א.  $\pm 150^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $150^\circ$ ,  $210^\circ$ . (7) א.  $90^\circ + 180^\circ K$ . ב.  $90^\circ$ ,  $270^\circ$ .

(8) א.  $360^\circ K$ . ב.  $0^\circ$ ,  $360^\circ$ . (9) א.  $180^\circ + 360^\circ K$ . ב.  $180^\circ$ . (10)  $\pm 66.42^\circ + 360^\circ K$ .

(11)  $\pm 25.84^\circ + 360^\circ K$ . (12)  $\pm 72.54^\circ + 360^\circ K$ . (13)  $\pm 126.87^\circ + 360^\circ K$ .

(14)  $\pm 101.54^\circ + 360^\circ K$ .

### III

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרונות הכלליים:

$$\begin{aligned} \sin 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) & \quad \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) & \quad \sin 2x = \frac{1}{2} \quad (1) \\ \cos 5x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (6) & \quad \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (5) & \quad \cos 3x = \frac{1}{2} \quad (4) \end{aligned}$$

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרונות הכלליים:

$$\begin{aligned} \sin 4x = -1 \quad (9) & \quad \sin 2x = 1 \quad (8) & \quad \sin 3x = 0 \quad (7) \\ \cos 3x = -1 \quad (12) & \quad \cos 5x = 1 \quad (11) & \quad \cos 2x = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

פתור את המשוואות הבאות ומצא:

(א) את הפתרונות הכלליים.

(ב) את הפתרונות בתחום הרשום משמאל למשוואה.

$$\begin{aligned} 0^\circ \leq x \leq 360^\circ, \sin 3x = -1 \quad (26) & \quad 0^\circ \leq x \leq 180^\circ, \sin 2x = -0.5 \quad (25) \\ 0^\circ \leq x \leq 90^\circ, \sin 5x = 0 \quad (28) & \quad -90^\circ \leq x \leq 90^\circ, 3\sin 4x - 3 = 0 \quad (27) \\ -180^\circ \leq x \leq 180^\circ, 2\sin \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0 \quad (30) & \quad 180^\circ \leq x \leq 360^\circ, 2\sin(-x) - 1 = 0 \quad (29) \\ -180^\circ \leq x \leq 180^\circ, \sqrt{2} \sin \frac{5}{3}x = -1 \quad (32) & \quad 0^\circ \leq x \leq 360^\circ, 4\sin \frac{3}{2}x = \sqrt{8} \quad (31) \end{aligned}$$

#### פתרונות:

$$\begin{aligned} 1) \quad 15^\circ+180^\circ K, 75^\circ+180^\circ K \quad (1) & \quad 2) \quad 15^\circ+90^\circ K, 30^\circ+90^\circ K \quad (2) & \quad 3) \quad -15^\circ+120^\circ K, 75^\circ+120^\circ K \quad (3) \\ 4) \quad \pm 20^\circ+120^\circ K \quad (4) & \quad 5) \quad \pm 22.5^\circ+180^\circ K \quad (5) & \quad 6) \quad \pm 30^\circ+72^\circ K \quad (6) & \quad 7) \quad 60^\circ K \quad (7) & \quad 8) \quad 45^\circ+180^\circ K \quad (8) \\ 9) \quad -22.5^\circ+90^\circ K \quad (9) & \quad 11) \quad 72^\circ K \quad (11) & \quad 12) \quad 60^\circ+120^\circ K \quad (12) \\ 24) \quad \pm 36^\circ+72^\circ K \quad (24) & \quad 25) \quad \text{א. } -15^\circ+180^\circ K, 105^\circ+180^\circ K \quad \text{ב. } 105^\circ, 165^\circ \quad (25) \\ 26) \quad \text{א. } -30^\circ+120^\circ K, 90^\circ, 210^\circ, 330^\circ \quad \text{ב. } 22.5^\circ+90^\circ K, 22.5^\circ, -67.5^\circ \quad (26) \\ 29) \quad \text{א. } -30^\circ+360^\circ K, -150^\circ+360^\circ K \quad \text{ב. } 210^\circ, 330^\circ \quad (29) & \quad 30) \quad \text{א. } -120^\circ+720^\circ K, 330^\circ, 270^\circ, 90^\circ \quad \text{ב. } 90^\circ+240^\circ K, 30^\circ+240^\circ K \quad (30) \\ 31) \quad -120^\circ \quad \text{ב. } 480^\circ+720^\circ K \quad (31) & \quad 32) \quad \text{א. } -27^\circ+216^\circ K, 135^\circ+216^\circ K \quad \text{ב. } -81^\circ, 135^\circ, -27^\circ \quad (32) \end{aligned}$$

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרון הכללי:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \quad (3) & \quad \operatorname{tg} x = 1 \quad (2) & \quad \operatorname{tg} x = 0 \quad (1) \\ \operatorname{tg} x = \sqrt{2}+1 \quad (6) & \quad \operatorname{tg} x = -\sqrt{3} \quad (5) & \quad \operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4) \\ \operatorname{tg} 4x = \sqrt{3} \quad (9) & \quad \operatorname{tg} 3x = 0 \quad (8) & \quad \operatorname{tg} 2x = 1 \quad (7) \\ \operatorname{tg} 3x+1 = \sqrt{2} \quad (12) & \quad \operatorname{tg} 5x-2 = \sqrt{3} \quad (11) & \quad \operatorname{tg} 2x+2 = \sqrt{3} \quad (10) \\ \operatorname{tg}\left(-\frac{x}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (15) & \quad \operatorname{tg}(-3x) = -\sqrt{3} \quad (14) & \quad \operatorname{tg}(-2x) = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (13) \\ \operatorname{tg} x = -2 \quad (18) & \quad \operatorname{tg} x = 3 \quad (17) & \quad \operatorname{tg} x = \frac{1}{2} \quad (16) \end{aligned}$$

#### פתרונות:

$$\begin{aligned} 1) \quad 180^\circ K \quad (1) & \quad 2) \quad 45^\circ+180^\circ K \quad (2) & \quad 3) \quad 60^\circ+180^\circ K \quad (3) & \quad 4) \quad -30^\circ+180^\circ K \quad (4) & \quad 5) \quad -60^\circ+180^\circ K \quad (5) \\ 6) \quad 67.5^\circ+180^\circ K \quad (6) & \quad 7) \quad 22.5^\circ+90^\circ K \quad (7) & \quad 9) \quad 15^\circ+45^\circ K \quad (9) & \quad 10) \quad -7.5^\circ+90^\circ K \quad (10) & \quad 11) \quad 15^\circ+36^\circ K \quad (11) \\ 12) \quad 7.5^\circ+60^\circ K \quad (12) & \quad 13) \quad -15^\circ+90^\circ K \quad (13) & \quad 14) \quad 20^\circ+60^\circ K \quad (14) & \quad 15) \quad 60^\circ+360^\circ K \quad (15) & \quad 16) \quad 26.57^\circ+180^\circ K \quad (16) \\ 18) \quad -63.43^\circ+180^\circ K \quad (18) & & & & \end{aligned}$$

### IV

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרונות הכלליים: **V**

	משוואה	פתרונות
1	$\sin^2 x = \frac{1}{4}$	$.210^\circ+360^\circ K, -30^\circ+360^\circ K, 150^\circ+360^\circ K, 30^\circ+360^\circ K$
2	$\sqrt{2} \sin x - 2 \sin x \cos x = 0$	$.\pm 45^\circ+360^\circ K, 180^\circ K$
3	$\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$	$.-90^\circ+360^\circ K$
4	$2 \cos^2 2x = \cos 2x + 1$	$.\pm 60^\circ+180^\circ K, 180^\circ K$
5	$\cos(5x-75^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$.9^\circ+72^\circ K, 21^\circ+72^\circ K$
6	$\cos^2 2x = \frac{1}{2}$	$.\pm 67.5^\circ+180^\circ K, \pm 22.5^\circ+180^\circ K$
7	$\sin(3x-30^\circ) = \sin 75^\circ$	$.45^\circ+120^\circ K, 35^\circ+120^\circ K$
8	$\text{tg}(5x+15^\circ) = \text{tg} 95^\circ$	$.16^\circ+36^\circ K$
9	$\sin 7x = \sin x$	$.22.5^\circ+45^\circ K, 60^\circ K$

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרונות הכלליים: **VI**

$$2 \sin^2 x + \cos x = 2 \quad (12)$$

$$\cos^2 x + \sin x = 1 \quad (11)$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 3 \cos x + 1 \quad (14)$$

$$3 \sin^2 x + \cos^2 x = 3 \sin x \quad (13)$$

$$5 \sin x - 2 \cos x = 0 \quad (16)$$

$$\sin x = 2 \cos x \quad (15)$$

**פתרונות:**

$$,90^\circ+360^\circ K \quad (13) \quad .\pm 60^\circ+360^\circ K, 90^\circ+180^\circ K \quad (12) \quad .90^\circ+360^\circ K, 180^\circ K \quad (11)$$

$$.63.43^\circ+180^\circ K \quad (15) \quad .\pm 120^\circ+360^\circ K \quad (14) \quad .150^\circ+360^\circ K, 30^\circ+360^\circ K$$

$$.21.80^\circ+180^\circ K \quad (16)$$