(4) סדרות:

סדרה חשבונית a_n

$5t+6,\ 2t+t^2,\ 4t+t^2$

ההפרש קבוע לכן:

$4t+t^2-(2t+t^2)=2t+t^2-(5t+6)$

$4t+\cancel{t^2}-2t-\cancel{t^2}=2t+t^2-5t-6$

$\cancel{2t}=\cancel{2t}+t^2-5t-6 \Rightarrow$

$\Rightarrow t^2-5t-6=0$ / שורשים

$\boxed{t_1=6}$ $\boxed{t_2=-1}$

$t=6$:

$36, 48, 60$

$d=12$

$t=-1$:

$1, -1, -3$

$d=-2$

ב) נתון:

a_n סדרה יורדת, $a_1 = 189$.

לכן $d = -2$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_n = 189 - 2(n-1) \Rightarrow 189 - 2n + 2 \Rightarrow 191 - 2n \Rightarrow$

$\Rightarrow a_n = 191 - 2n$

$\Downarrow$

$1 = 191 - 2n \;/ +2n \;/ -1 \Rightarrow 2n = 190 \;/ :2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{n = 95}$

$\boxed{\text{מקומות האיברים: } 95, 96, 97}$

ג) נתון: האיבר האמצעי שמצאנו ($a_{96} = -1$) הוא גם האיבר האמצעי בסדרה כולה.

ג) 1 מכיוון שהאיבר ה- 96 הוא האיבר האמצעי ויש 95 איברים לפניו ניתן לומר בוודאות שיש גם 95 איברים אחריו ולכן:

$$96 + 95 = \boxed{191}$$

בסדרה יש 191 איברים!

ג) 2 בסדרה בת 191 איברים יש 96 איברים אי-זוגיים ולכן:

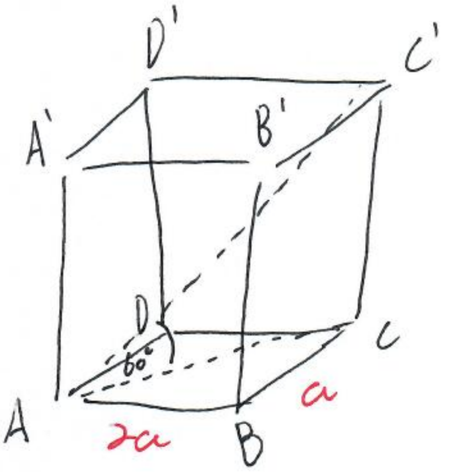
$$\left.\begin{aligned} a_1 &= 189 \\ d &= -4 \\ n &= 96 \end{aligned}\right\} \quad [2 \cdot 189 - 4(96-1)] \cdot \frac{96}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -96$$

סכום הסדרה של האיברים במקומות האי-זוגיים הוא -96

ב) טריגונומטריה במרחב:

$ABCDA'B'C'D'$ תיבה שבסיסה מלבן.



נתון:

$AB = 2a \qquad BC = a$

הזווית שבין AC' לבסיס $ABCD$

הינו $60°$

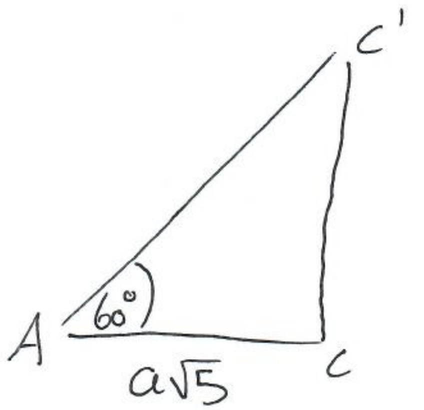
(א) נביע את אלכסון הבסיס AC בעזרת משפט פיתגורס:

$$(2a)^2 + a^2 = AC^2$$

$$4a^2 + a^2 = AC^2$$

$$5a^2 = AC^2 \quad /\sqrt{\ }$$

$$\boxed{AC = a\sqrt{5}}$$



$$tg(60°) = \frac{CC'}{a\sqrt{5}} \quad / \cdot a\sqrt{5}$$

$$a\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = CC'$$

$$\boxed{CC' = a\sqrt{15}}$$

ב) נתון: שטח מעטפת התיבה הוא $30\sqrt{15}$.

נביע את שטחי הפאות - כל 2 פאות נגדיות הן חופפות:

$$S_{BCC'B'} = S_{ADD'A'} = a \cdot a\sqrt{15} = \boxed{a^2\sqrt{15}}$$

$$S_{ABB'A'} = S_{DCC'D'} = 2a \cdot a\sqrt{15} = \boxed{2a^2\sqrt{15}}$$

$$2 \cdot (a^2\sqrt{15}) + 2 \cdot (2a^2\sqrt{15}) = 30\sqrt{15}$$

$$2a^2\sqrt{15} + 4a^2\sqrt{15} = 30\sqrt{15}$$

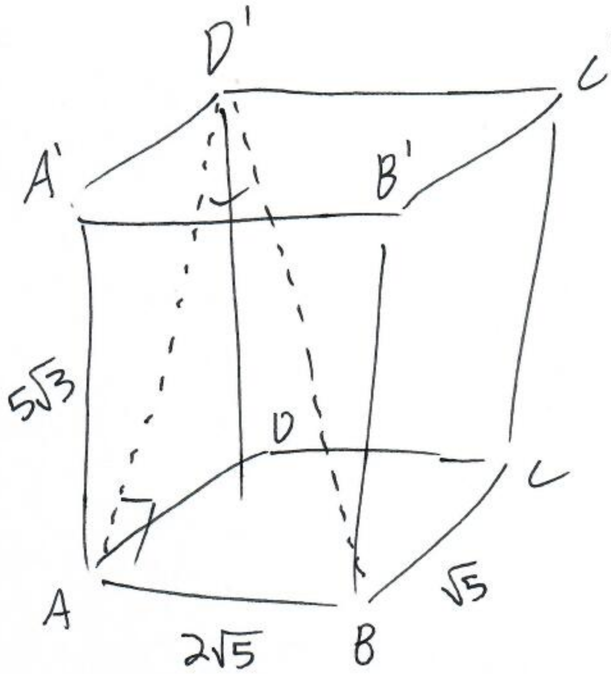
$$6a^2\cancel{\sqrt{15}} = 30\cancel{\sqrt{15}} \quad / : \sqrt{15}$$

$$6a^2 = 30 \quad / : 6$$

$$a^2 = 5 \quad / \sqrt{\ }$$

$$\boxed{a = \sqrt{5}}$$

(ב)

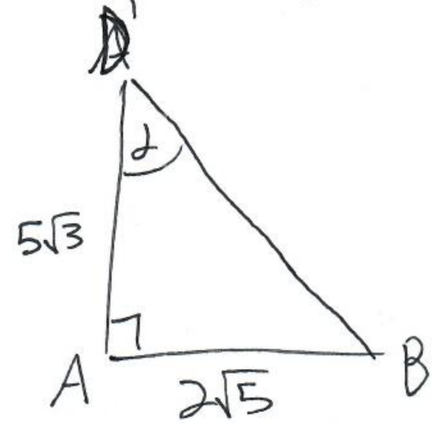


לפי משפט שלושת האנכים

$AD' \perp AB$

ולכן $\triangle ABD'$ הוא משולש

ישר זווית:



$$tg(\alpha) = \frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{3}} \quad / tg^{-1}$$

$$\boxed{\alpha = 27.311^\circ}$$

(3) המרובע $ABC'D'$ הוא מלבן (לפי משפט שלושת האנכים) לכן נחשב את BC' בעזרת משפט פיתגורס

$$(\sqrt{5})^2 + (5\sqrt{3})^2 = (BC')^2$$

$$5 + 75 = (BC')^2 \Rightarrow (BC')^2 = 80 \quad / \sqrt{\ }$$

$$B'C = \sqrt{80} = \boxed{4\sqrt{5}}$$

$$4\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = \boxed{40}$$

ושטח המלבן $ABC'D'$

$f(x) = 4x + 4\cos(2x) - 2 \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$

c

$f'(x) = 4 - 4\sin(2x) \cdot 2$

$f'(x) = 4 - 8\sin(2x)$

$0 = 4 - 8\sin(2x) \quad / + 8\sin(2x)$

$8\sin(2x) = 4$

$\sin(2x) = \frac{1}{2}$

$2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \quad /:2 \qquad\qquad 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x_1 = \frac{\pi}{12} + \pi k \qquad\qquad x_2 = \frac{5\pi}{12} + \pi k$

k	x_1	x_2
0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$

x	0	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{\pi}{12}$		$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{24}$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	min	↗	max	↘	min	↗	max

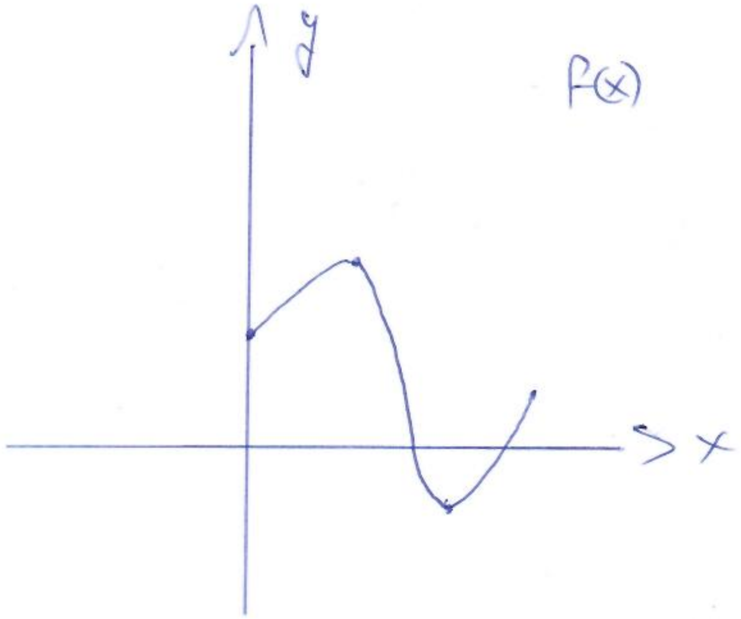
$\min(0, 2)$

$\max(\frac{\pi}{12}, 2.511)$

$\min(\frac{5\pi}{12}, -0.228)$

$\max(\frac{\pi}{2}, 0.283)$

ג



ד

ת. עליה:

$0 < x < \frac{\pi}{12}$

$\frac{5\pi}{12} < x < \frac{\pi}{2}$

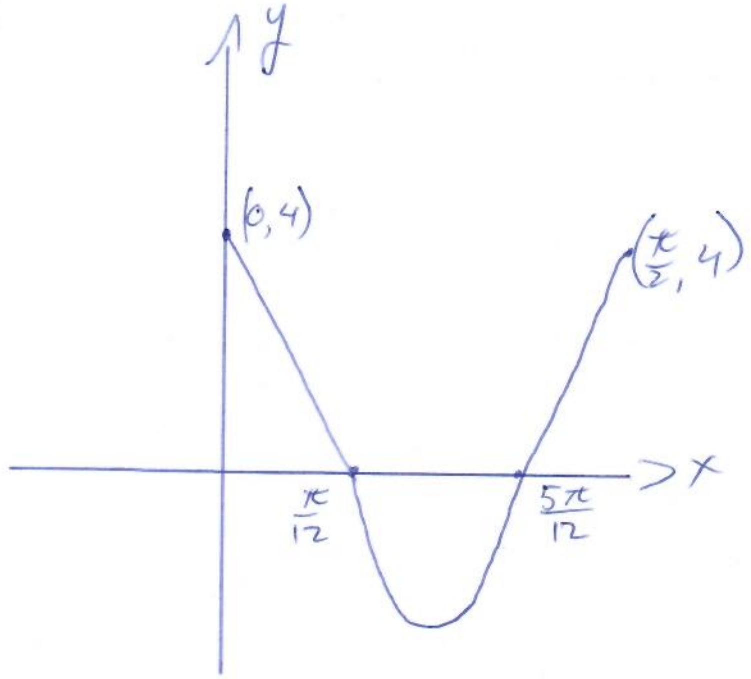
ת. ירידה

$\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$

ה

$f'(0) = 4$

$f'(\frac{\pi}{2}) = 4$



ד)

$$\int -f'(x)\,dx = -f(x)$$

$$\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{5\pi}{12}} -f'(x)\,dx = -f(x)\Big/_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{5\pi}{12}} -f\left(\tfrac{5\pi}{12}\right) - \left(-f\left(\tfrac{\pi}{12}\right)\right)$$

$$-(-0.228) - (-(2.511)) = \boxed{2.739}$$

יח"ר

$f(x) = e^{3x} + 3e^{4-x} + a$ $a > 0$ א

$f'(x) = 3e^{3x} - 3e^{4-x}$

$0 = 3e^{3x} - 3e^{4-x}$

$3e^{4-x} = 3e^{3x} \quad /:3$

$e^{4-x} = e^{3x}$

$4 - x = 3x$

$4 = 4x$

$\boxed{1 = x}$

x	0	1	2
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↓	min	↗

ב- $x=1$ ישנה נק' מינימום

ב

<u>נתון:</u>

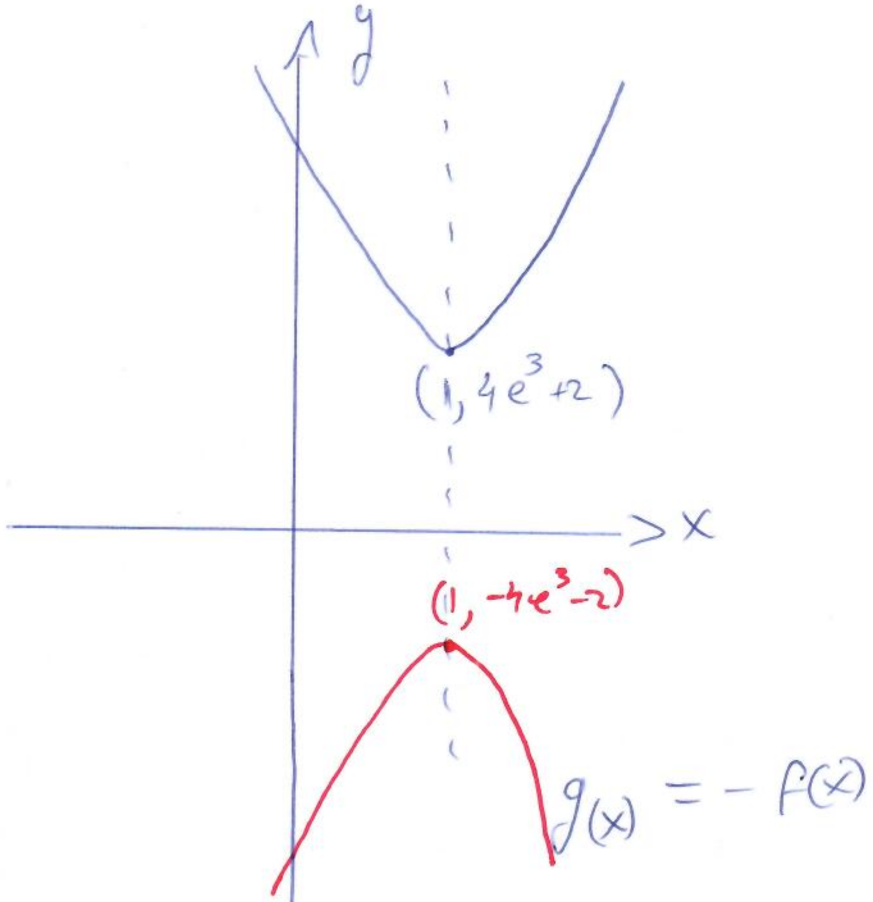
במילים אחרות, ערך ה-y של נק' הקיצון הוא $4e^3+2$

$f(1) = e^3 + 3e^3 + a$

$\cancel{4e^3} + a = \cancel{4e^3} + 2$

$\boxed{a = 2}$

(ד)



(ה)

(1) שיעורי נק' קיצון $(1, -4e^3-2)$ max

(ו)

$$\int_0^1 f(x) - (-f(x))\,dx = \int_0^1 2f(x)\,dx$$

$$\int_0^1 2e^{3x} + 6e^{4-x} + 4\,dx = \frac{2e^{3x}}{3} - 6e^{4-x} + 4x \Big|_0^1$$

$x=1$

$$\left[\frac{2e^3}{3} - 6e^3 + 4\right] - \left[\frac{2}{3} - 6e^4\right] =$$

$$\boxed{-\frac{16}{3}e^3 + 3\tfrac{1}{3} + 6e^4 = 223.8}$$

יח"ר

$$f(x) = \frac{bx}{1+\ln(x)} \qquad b>0$$

א)

תחום:

מגבלה 1:

$\boxed{x>0}$

מגבלה 2:

$1+\ln(x) \neq 0$

$\ln(x) \neq -1$

$\boxed{x \neq \frac{1}{e}}$

$x \neq \frac{1}{e}$ וגם $x>0$

ב)

$$f'(x) = \frac{b(1+\ln(x)) - bx \cdot \frac{1}{x}}{(1+\ln(x))^2}$$

$$f'(x) = \frac{b(1+\ln(x)-1)}{(1+\ln(x))^2} = \frac{b\ln(x)}{(1+\ln(x))^2}$$

$b\ln(x) = 0$

$\ln(x) = 0$

$\boxed{x=1}$

x	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{e}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f'(x)$		$-$		$-$		$+$
$f(x)$		$\downarrow$		$\downarrow$	min	$\nearrow$

$\min(1, b)$

ג)

ת. עליה:

$1<x$

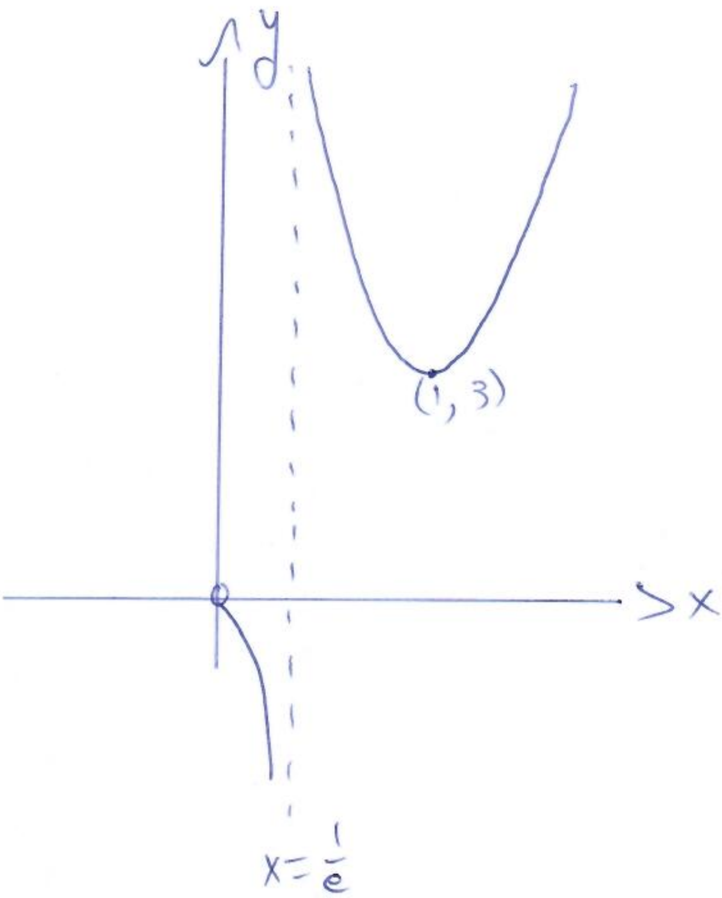
ת. ירידה:

$0<x<\frac{1}{e}$

$\frac{1}{e}<x<1$

$b = 3$ (1) 3

(2)



$\min(1, -1)$ (1) 2

$\underline{\text{III}}$ (2)