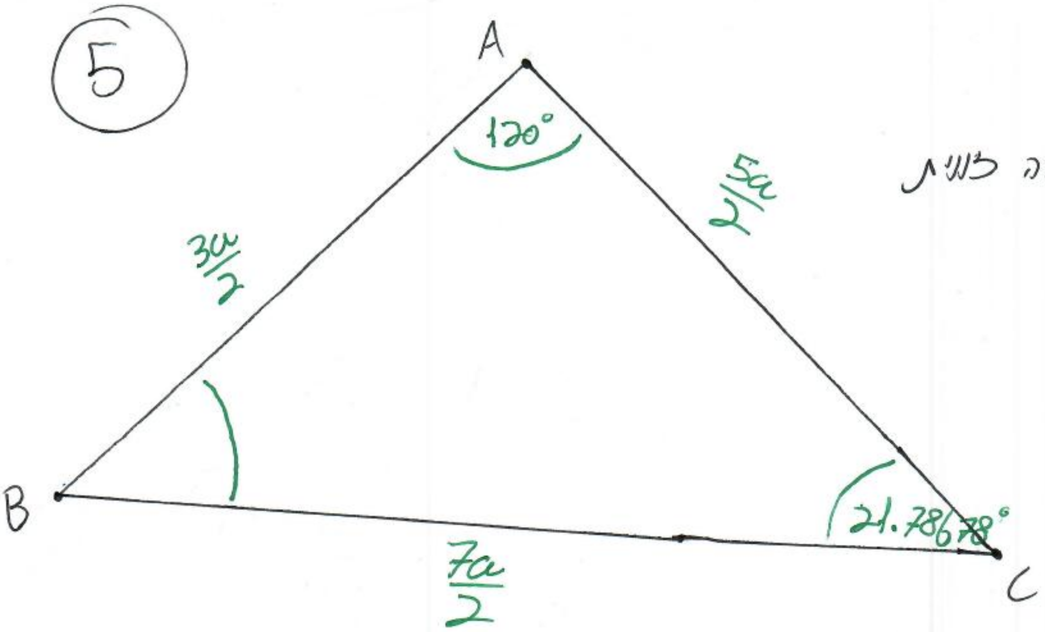
5



נתונים:

משולש קהה זווית ABC

$\measuredangle BAC > 90°$

$AB + AC = 4a$

$AB : AC = 3:5$

$S_{\Delta ABC} = \frac{15a^2\sqrt{3}}{16}$

(1c) 1

נסתמך על הנתון - $AB:AC = 3:5$

ונוכל להגיד ש- $AB = 3x$

$AC = 5x$

$$\Rightarrow \quad 3x + 5x = 4a$$

$$8x = 4a \quad /:8$$

$$\boxed{x = \frac{a}{2}}$$

$$AB = \frac{3a}{2} \qquad AC = \frac{5a}{2}$$

נשתמש בנתון של שטח המשולש ABC:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\measuredangle BAC)}{\cancel{2}} = \frac{15a^2\sqrt{3}}{\cancel{16}_{8}} \quad /\cdot 2$$

$$\frac{3a}{2} \cdot \frac{5a}{2} \cdot \sin(\measuredangle BAC) = \frac{15a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{\cancel{15}a^2\sin(\measuredangle BAC)}{4} = \frac{\cancel{15}a^2\sqrt{3}}{8} \quad /:15a^2 \rightarrow$$

a מייצג אורך לכן $a>0$ לכן ניתן לחלקה בו

(א) 4 המשך:

$$\frac{\sin(\angle BAC)}{\cancel{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{8}_2} \quad / \cdot 4$$

$$\sin(\angle BAC) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad / \sin^{-1}$$

$$\angle BAC \cancel{=} 60^\circ$$

נפסל

$$\angle BAC > 90^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = \boxed{120^\circ}$$

(א) 2

נעזר במשפט הקוסינוסים על מנת למצוא את הצלע BC:

$$BC^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 + \left(\frac{5a}{2}\right)^2 - \cancel{2} \cdot \frac{3a}{\cancel{2}} \cdot \frac{5a}{2} \cdot \cos(120^\circ)$$

$$BC^2 = \frac{9a^2}{4} + \frac{25a^2}{4} - \frac{15a^2}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = \frac{34a^2}{4} + \frac{15a^2}{4}$$

$$BC^2 = \frac{49a^2}{4} \quad / \sqrt{\ }$$

$$\boxed{BC = \frac{7a}{2}}$$

$$BC \cancel{=} -\frac{7a}{2}$$

נפסל

BC מייצג אורך

לכן $BC > 0$

(א) ② **המשך:** ניעזר במשפט הסינוסים על מנת למצוא עוד זווית אחת במשולש ולאחר מכן ניעזר בסכום זוויות במשולש ונשליך ל-180° וכך נמצא את הזווית האחרונה:

$$\frac{BC}{\sin(120^\circ)} = \frac{AB}{\sin(\measuredangle ACB)} \Rightarrow \frac{\frac{7a}{2}}{\sin(120^\circ)} = \frac{\frac{3a}{2}}{\sin(\measuredangle ACB)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7a}{2\sin(120^\circ)} = \frac{3a}{2\sin(\measuredangle ACB)} \; /:a/\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sin(\measuredangle ACB)} \Rightarrow \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sin(\measuredangle ACB)} \; /\cdot \text{ כפל בהצלבה } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 14\sin(\measuredangle ACB) = 3\sqrt{3} \; /:14 \Rightarrow \sin(\measuredangle ACB) = \frac{3\sqrt{3}}{14} \Big/ \sin^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\measuredangle ACB = 21.78678^\circ} \rightarrow$$

זו הזווית הנכונה
מכיוון ששתי הזוויות שהן
לא הזווית הקהה <u>חייבות</u> להיות
זוויות <u>חדות!</u>

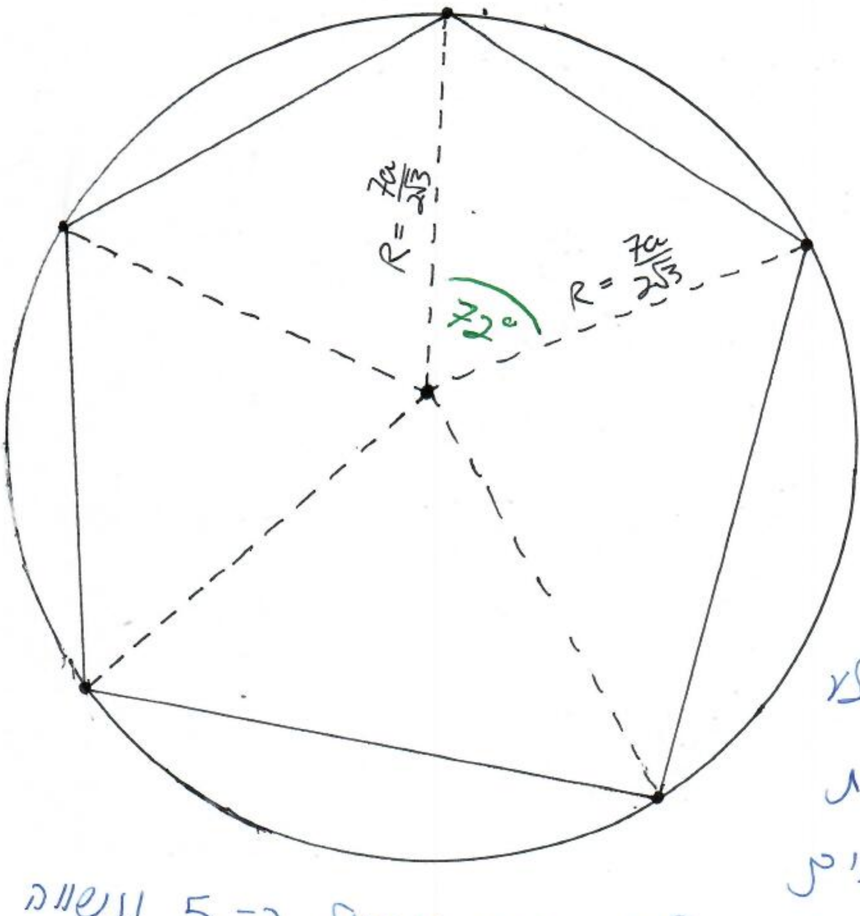
$$\measuredangle ABC = 180^\circ - 120^\circ - 21.78678^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\measuredangle ABC = 38.21321^\circ}$$

(ב) נחשב את רדיוס המעגל החוסם את משולש ΔABC בעזרת משפט הסינוסים:

$$\frac{BC}{\sin(120^\circ)}=2R \Rightarrow \frac{\frac{7a}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R \Rightarrow \frac{7a}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}}=2R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7a}{\sqrt{3}}=2R /:2 \Rightarrow \boxed{R=\frac{7a}{2\sqrt{3}}}$$



שטח המחומש = 100 לפי נתוני השאלה.
מכיוון שהמחומש משוכלל כל צלעותיו שוות לכן אם נעביר רדיוס לקודקודי המחומש יתקבלו חמישה משולשים שווי-שוקיים החופפים לפי משפט צלע,צלע,צלע ולכן כל זוויות הראש יהיו שוות ל- $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$ וכל השטחים יהיו שווים לכן נביע שטח של משולש אחד ונכפול ב- 5 ונשווה לשטח המחומש הנתון:

$$S_\Delta=\frac{\frac{7a}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{7a}{2\sqrt{3}}\cdot\sin(72^\circ)}{2}=\frac{\frac{49a^2\sin(72^\circ)}{12}}{2}=\boxed{\frac{49a^2\sin(72^\circ)}{24}}$$

(ב) המשך:

נכפול את שטח המשולש ב-5 ונשווה לשטח המחומש:

$$5\cdot\frac{49a^2\sin(72^\circ)}{24}=100\ /:5$$

$$\frac{49a^2\sin(72^\circ)}{24}=20\ /\cdot 24$$

$$49a^2\sin(72^\circ)=480\ /:49\sin(72^\circ)$$

$$a^2=\frac{480}{49\sin(72^\circ)}\ /\sqrt{\ }$$

$$a_1=\sqrt{\frac{480}{49\sin(72^\circ)}}=\boxed{3.209}$$

$$\cancel{a_2=-\sqrt{\frac{480}{49\sin(72^\circ)}}}=-3.209$$

נפסל
a מייצג אורך
לכן $a>0$