

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 1/3 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונים האיברים הכלליים של שתי סדרות: $a_n = -8n + 5$, $b_n = -4n + 3$.

א. מצא את a_1 ואת b_1 .

נתונה סדרה חדשה, c_n , כך ש- $c_n = a_n + b_n$.

ב. הוכח כי הסדרה c_n היא סדרה חשבונית, ומצא את האיבר הראשון שלה, c_1 , ואת ההפרש שלה.

ג. נתון: $a_k = -75$.

חשב את סכום k האיברים הראשונים של הסדרה החדשה, c_n .

טריגונומטריה במרחב

2. $SABCD$ היא פירמידה ישרה שבסיסה, $ABCD$, הוא מלבן (ראה ציור).

נתון כי אורך אלכסון הבסיס הוא $4a$ ואורך מקצוע צדדי בפירמידה הוא $3a$.

$a > 0$ הוא פרמטר.

SO הוא גובה בפירמידה.

א. הבע באמצעות a את אורך הגובה SO .

SE הוא הגובה לצלע BC בפאה SBC .

נתון: $\sphericalangle CAB = 60^\circ$.

ב. (1) הבע את אורך הצלע AB באמצעות a .

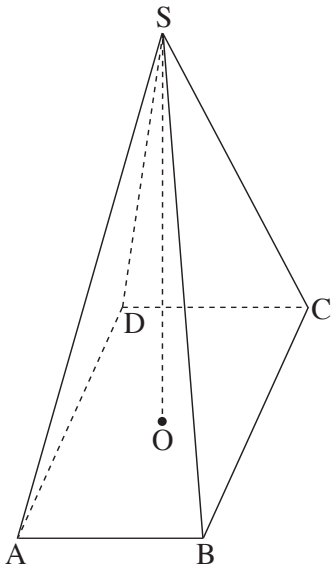
(2) הבע באמצעות a את אורך הגובה SE .

ג. חשב את הזווית שבין הקטע SE ובין בסיס הפירמידה.

SG הוא הגובה לצלע AD בפאה SAD .

נתון כי שטח המשולש SGE הוא $\sqrt{80}$.

ד. מצא את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$.

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום הפנימית שלה.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק שאת משוואתו מצאת

ועל ידי ציר ה- y .

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 4x \cdot \ln x$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -2f(x)$, שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ למערכת הצירים שבה סרטטת את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מהו המרחק בין נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ובין נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ae^{2x}}{e^x - 1}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הגרף שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, והוא חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \ln 2$.

ב. הסתמך על הגרף, קבע מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

נתון: שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \ln 3$ הוא 9.

ג. מצא את a .

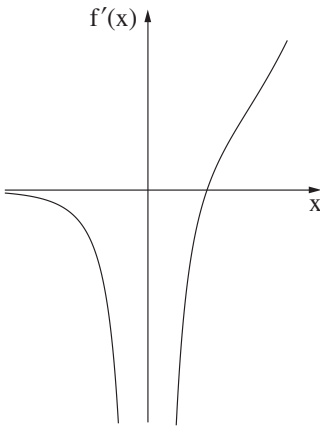
הצב $a = 4$ וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. (1) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמק.

(2) מהי משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x ?

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. בעבור אילו ערכי x גם הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f'(x)$ שלילית?



בהצלחה!