

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,				
		של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
						<u>100 נקודות</u>
				סך הכול	—	

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

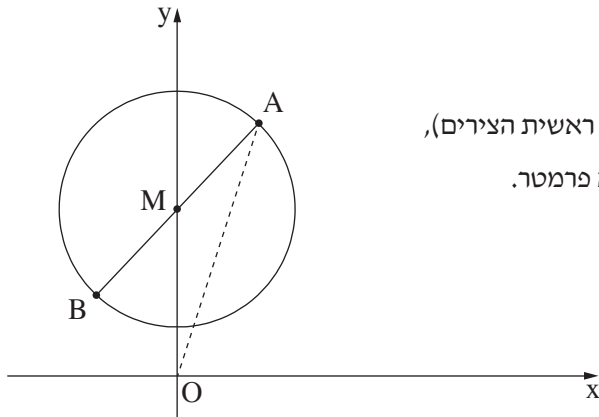
שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. קבוצת ספורטאים צועדת בכל יום 40 ק"מ במסלול קבוע.
ביום ראשון יצאה הקבוצה לצעידה. אחרי 3 שעות של צעידה במהירות קבועה, עצרה הקבוצה למנוחה של 15 דקות, ולאחר מכן המשיכה לצעוד עד סוף המסלול במהירות הגדולה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה החלה לצעוד.
ביום שני צעדה הקבוצה בלי לעצור. היא צעדה במהירות קבועה הגדולה ב-60% מן המהירות שבה החלה לצעוד ביום ראשון.
בשני הימים יצאה הקבוצה לצעידה באותה השעה, אך ביום שני היא הגיעה לסוף המסלול שעה אחת מוקדם יותר מן השעה שבה היא הגיעה ביום ראשון.
א. מצא את המהירות שבה החלה לצעוד קבוצת הספורטאים ביום ראשון.
ב. מצא כמה זמן צעדה קבוצת הספורטאים במסלול כולו ביום שני.



2. הנקודה M נמצאת על ציר ה- y , כמתואר בציור שלפניך.

הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M.

נתון: משוואת הישר AO היא $y = 3x$ (הנקודה O היא ראשית הצירים),

משוואת הישר AM היא $y = x + 2a$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את שיעורי הנקודות M ו-A.

נתון: רדיוס המעגל הוא $\sqrt{32}$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ד.

הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

העבירו משיק למעגל בנקודה A. המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה C.

ד. (1) חשב את שטח המשולש ABC.

(2) חשב את שטח המרובע ABOC.

3. בבית ספר תיכון גדול לחלק מן התלמידים יש מחשבים ניידים, ולשאר התלמידים אין מחשבים ניידים.

אם בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר, ההסתברות שלשלושתם יהיה מחשב נייד היא 0.512.

א. מהי ההסתברות שלתלמיד אחד (בן או בת) מבית הספר יהיה מחשב נייד?

נתון: מספר הבנות בבית הספר גדול פי $1\frac{1}{2}$ ממספר הבנים.

מחצית מן התלמידים שאין להם מחשב נייד הם בנים.

נבחר באקראי תלמיד מבית הספר (בן או בת).

ב. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן שיש לו מחשב נייד?

ג. ידוע שנבחרה בת. מהי ההסתברות שיש לה מחשב נייד?

ד. נבחרו באקראי 2 תלמידים מבית הספר (מהבנים ומהבנות).

מהי ההסתברות שלפחות לאחד מהם (בן או בת) יש מחשב נייד?

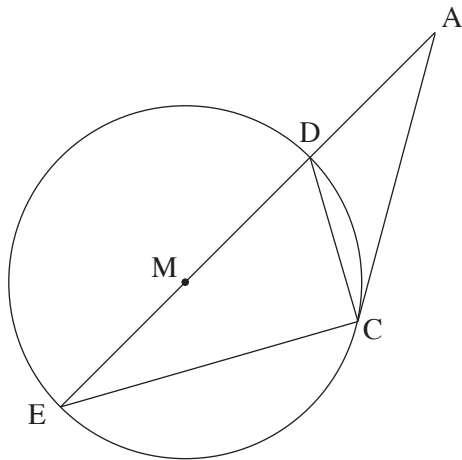
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון מעגל שמרכזו M.

מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה C, וישר נוסף העובר דרך הנקודה M וחותר את המעגל בנקודות D ו-E, כמתואר בציור.



א. הוכח: $\triangle ADC \sim \triangle ACE$.

ב. הוכח: $\angle ACD = \angle MCE$.

ג. הוכח: $\angle MCA = \angle ECD$.

ד. נתון: $MD = DA$.

הוכח כי המשולש MCD הוא שווה צלעות.

5. במשולש ADC הנקודה B נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).

נתון: $AD = 4$, $\angle ADB = 110^\circ$,

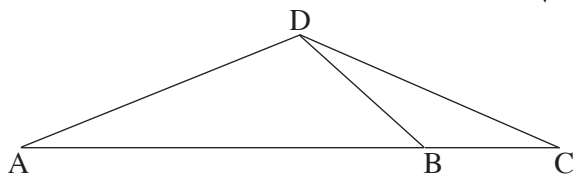
שטח המשולש ADB הוא 5.

א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. מצא את גודל הזווית DBA.

נתון: האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC הוא 3.

ג. חשב את אורך הצלע DC.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ היא $x = -1$.

א. מצא את a .

הצב $a = 5$ וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

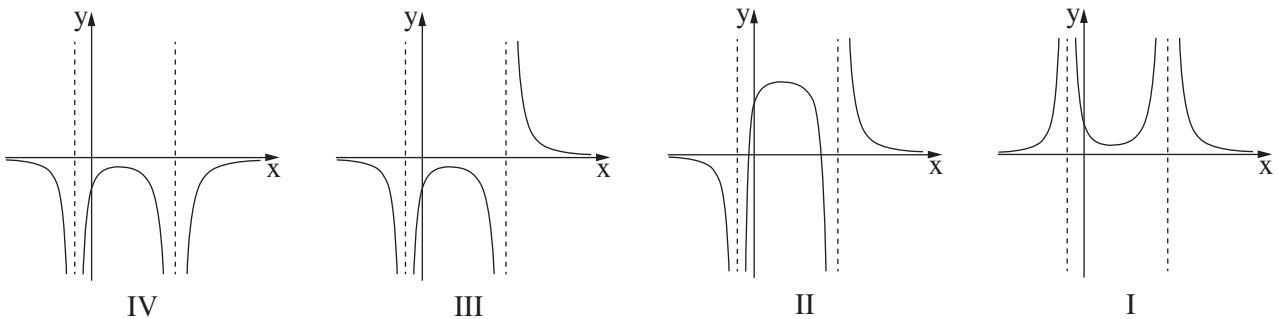
(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (I-IV) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$. נמק.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 0$ ו- $x = 4$.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}$ שתחום הגדרתה הוא $-3 \leq x \leq 3$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

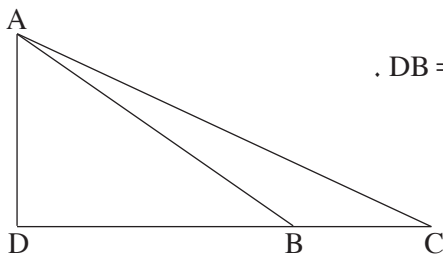
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 5$ עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.



8. נתון משולש ישר זווית ADC ($\sphericalangle ADC = 90^\circ$).

מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש- $DB = 2BC$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.

נסמן: $BC = x$.

א. הבע באמצעות x את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.

ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2 הוא מינימלי. נמק.

בהצלחה!