נספח משפטים בגיאומטריה

הערות:

1. יש לנמק כל שלב בפתרון על ידי כתיבת המשפט הגאומטרי המתאים. משפטים ידועים ניתנים לציטוט על ידי ציון שמם. את כל יתר המשפטים יש לנסח במדויק.

2. המשפטים שאותם ניתן לרשום על ידי ציון שמם הם:

משפט פיתגורס, משפט תאלס, המשפט ההפוך למשפט תאלס, משפט תאלס המורחב, משפט חוצה הזווית, ארבעה משפטי החפיפה: צ.ז.צ., ז.צ.ז., צ. צ. צ., צלע, צלע והזווית מול הצלע הגדולה (ורק משפטים אלה), משפטי הדמיון, צ.ז.צ., ז.ז., צ. צ. צ.

3. במהלך פתרון שאלה בבחינת הבגרות, אין צורך להוכיח את המשפטים ברשימה, אלא אם יש בשאלה דרישה מפורשת לכך.

4. אין לחפוף משולשים על ידי צ.ז.ז. אלא להראות שוויון הזווית השלישית ולהשתמש במשפט ז.צ.ז.

5. ניתן להשתמש בנוסחאות הבאות לחישוב שטחים:

א. שטח מקבילית שווה למכפלת צלע המקבילית בגובה לצלע זו.

ב. שטח משולש שווה למחצית מכפלת צלע בגובה לצלע זו.

ג. שטח מעוין שווה למחצית מכפלת האלכסונים.

ד. שטח טרפז שווה למכפלת הגובה במחצית סכום הבסיסים.

6. **כתיבת טענה נימוק**

כפי שלמדנו חלק גדול מהשאלות בגיאומטריה הן שאלות הוכחה. על מנת לכתוב את ההוכחה בצורתה הרשמית עלינו להשתמש בטענות ונימוקים.

מהי טענה? תכונה או עובדה הנכתבת באמצעות סימול מתמטי.

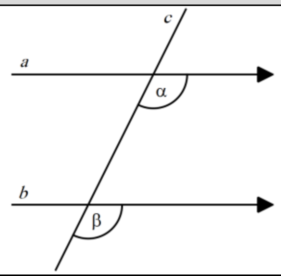
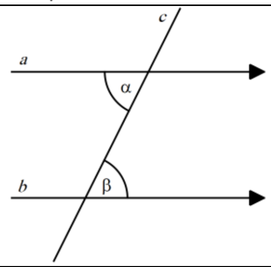
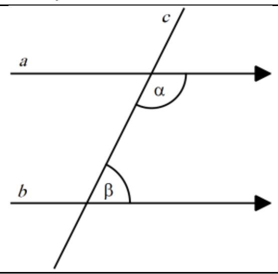
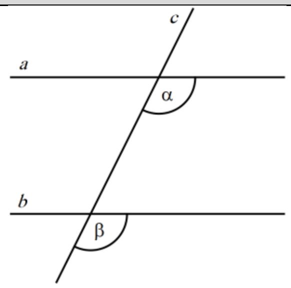
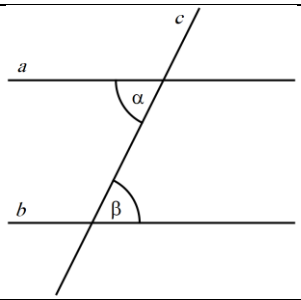
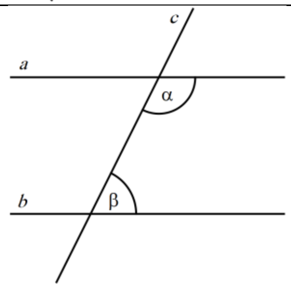
מהו נימוק? הסבר, נתון, משפט שניתן לציטוט, כלל המעבר או ביסוס מהסעיף הקודם.

כיצד תיראה ההוכחה הרשמית?

נשרטט טבלה בעלת שתי עמודות ובה נרכז את הטענות והנימוקים:

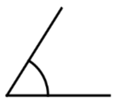
טענה	**נימוק – חישוב אלגברי/ משפט גיאומטרי/ תכונה/ נתון**
טענה ראשונה	הסבר מדוע הטענה הראשונה נכונה.
טענה שנייה	הסבר מדוע הטענה השנייה נכונה
. . .	
טענה אחרונה	הסבר מדוע הטענה האחרונה נכונה

זוויות בין ישרים מקבלים

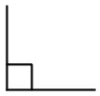
משפטים		
משפט 1: אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $a\|\|b$ **אז** $\alpha = \beta$
משפט 2: אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $a\|\|b$ **אז** $\alpha = \beta$
משפט 3: אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז סכום כל זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $a\|\|b$ **אז** $\alpha + \beta = 180°$
משפטים הפוכים		
משפט הפוך 1: שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתאימות שוות, **אז שני הישרים מקבילים.**		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\alpha = \beta$ **אז** $a\|\|b$
משפט הפוך 2: שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות **אז שני הישרים מקבילים.**		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\alpha = \beta$ **אז** $a\|\|b$
משפט הפוך 3: שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$ **אז שני הישרים מקבילים.**		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\alpha = \beta$ **אז** $a\|\|b$

סיכום ישרים וזוויות

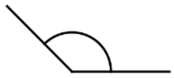
<u>זוויות</u>:



זווית חדה – זווית הקטנה מ-$90°$.



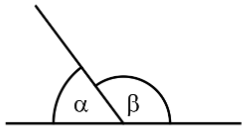
זווית ישרה – זווית שגודלה $90°$.



זווית קהה – זווית שגודלה בין $90°$ ל-$180°$.

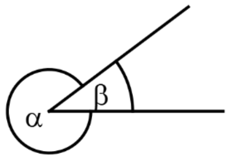
זווית שטוחה – זווית שגודלה $180°$.

<u>זוויות בין ישרים</u>:



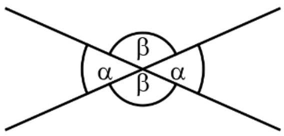
סכום זוויות צמודות הוא $180°$.

$$\alpha + \beta = 180°$$

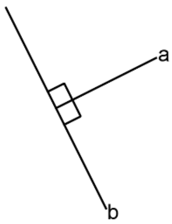


סכום זוויות מעגליות $360°$.

$$\alpha + \beta = 360°$$

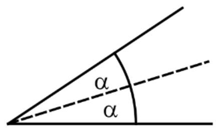


זוויות קודקודיות שוות זו לזו.



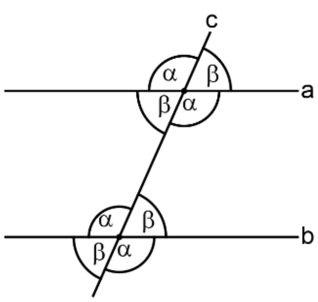
ישרים מאונכים הם ישרים שבנקודת החיתוך שלהם נוצרת זווית ישרה.

$b \perp a$



חוצה זווית היא קרן היוצאת מקדקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות שוות.

<u>ישרים מקבילים</u>:



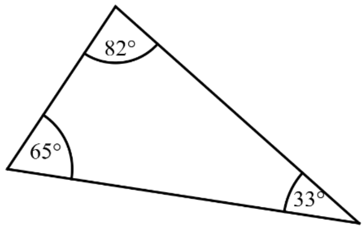
המרחק בין ישרים מקבילים הוא **קבוע** ולכן ישרים מקבילים אינם נפגשים לעולם.

כאשר שני ישרים **מקבילים** נחתכים על ידי ישר שלישי (שאינו מאונך להם) מתקבלות **4 זוויות חדות השוות זו לזו ו-4 זוויות קהות השוות זו לזו**. סכומן של זווית חדה וזווית קהה שהתקבלו מהחלוקה על ידי אותו הישר הוא $180°$.

סוגי משולשים

משולש חד זווית

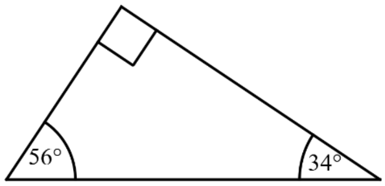
משולש שכל זוויותיו הפנימיות חדות, כלומר קטנות מ-90°.



משולש ישר זווית

משולש בו קיימת זווית פנימית אחת ישרה (שווה ל-90°).

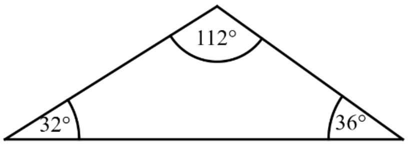
יתר הזוויות הן חדות (קטנות מ-90°).

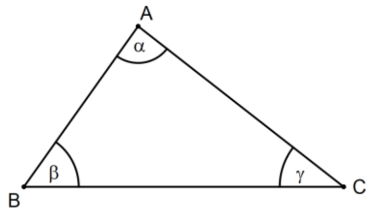
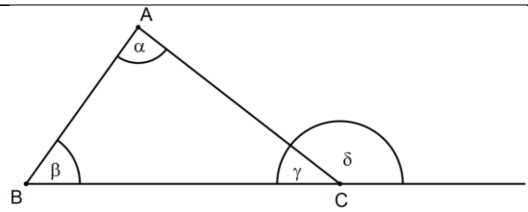


משולש קהה זווית

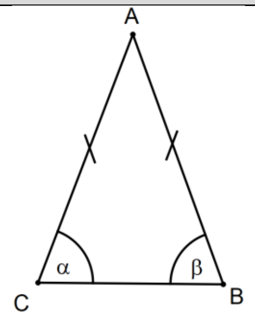
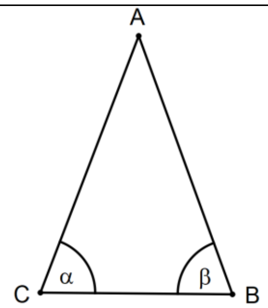
משולש בו קיימת זווית פנימית אחת קהה (גדולה מ -90°).

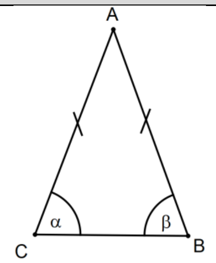
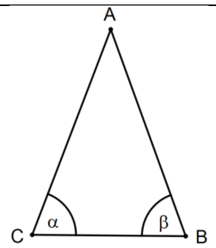
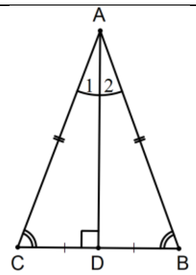
יתר הזוויות הן חדות (קטנות מ-90°).

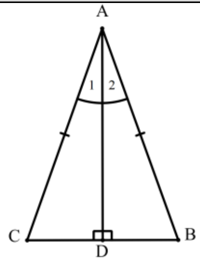
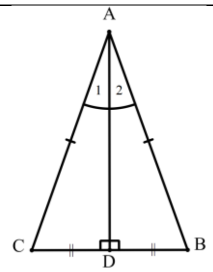
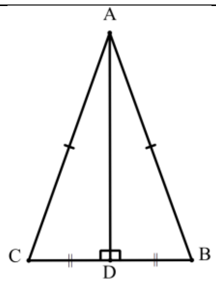


משפטים		
משפט: סכום הזוויות של משולש הוא 180°.		**ובכתיב מתמטי:** $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$
משפט: זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.		**ובכתיב מתמטי:** $\alpha+\beta=\delta$

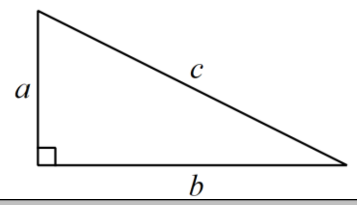
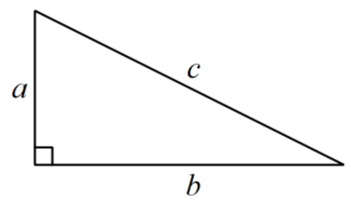
משולש שווה שוקיים

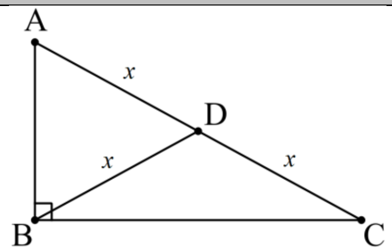
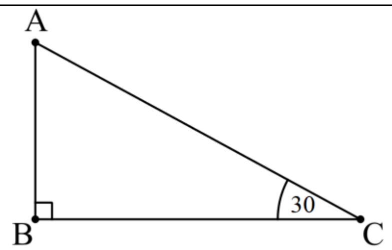
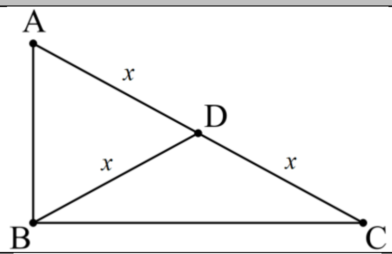
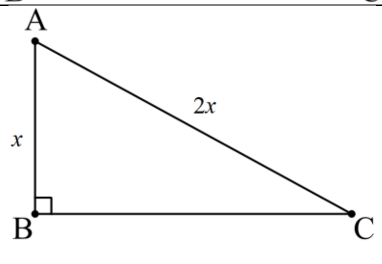
משפטים		
משפט: במשולש שווה שוקיים, זוויות הבסיס שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AC = AB$ **אז** $\alpha = \beta$
משפט הפוך: אם במשולש שתי זוויות שוות זו לזו **אז המשולש הוא שווה שוקיים.**		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\alpha = \beta$ **אז** $AC = AB$

משפטים		
משפט: במשולש שווה שוקיים, זוויות הבסיס שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AC = AB$ **אז** $\alpha = \beta$
משפט הפוך: אם במשולש שתי זוויות שוות זו לזו **אז המשולש הוא שווה שוקיים.**		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\alpha = \beta$ **אז** $AC = AB$
משפט: במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.		$AC = AB$ כל אחד מהנתונים הבאים יאפשר את הסקתם של שני הנתונים האחרים: $\sphericalangle A1 = \sphericalangle A2$ $AD \perp CB$ $BD = DC$

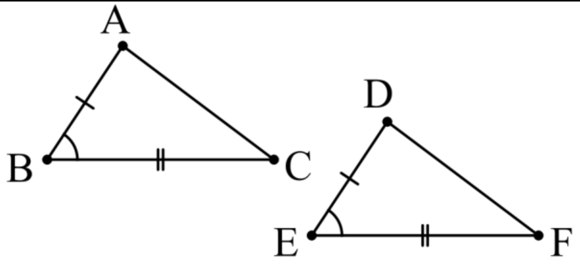
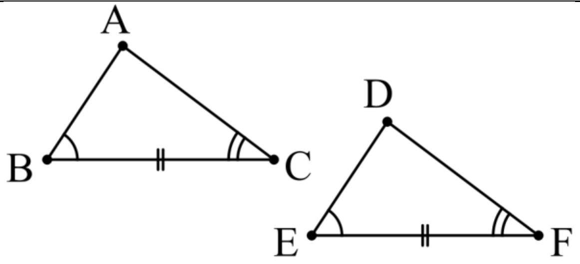
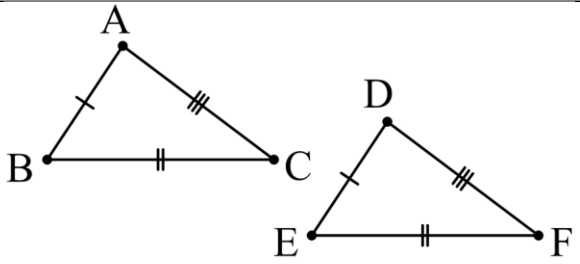
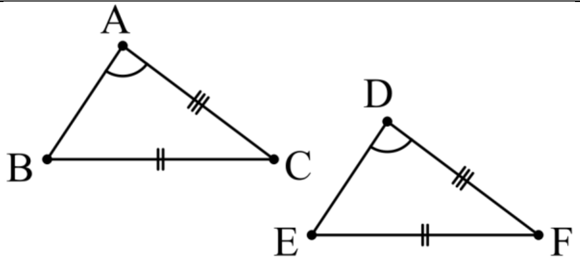
משפטים הפוכים		
משפט הפוך: אם במשולש חוצה זווית הוא גובה, **אז המשולש הוא שווה שוקיים**.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\sphericalangle A1 = \sphericalangle A2$ $AD \perp CB$ **אז** $AC = AB$
משפט הפוך: אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון, **אז המשולש הוא שווה שוקיים**.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\sphericalangle A1 = \sphericalangle A2$ $BD = DC$ **אז** $AC = AB$
משפט הפוך: אם במשולש גובה הוא תיכון, **אז המשולש הוא שווה שוקיים**.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $BD = DC$ $AD \perp CB$ **אז** $AC = AB$

משולש ישר זווית

משפט פיתגורס		
משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $a \perp b$ **אז** $a^2 + b^2 = c^2$
משפט פיתגורס ההפוך		
משפט פיתגורס ההפוך: משולש בו סכום ריבועי שתי צלעות שווה לריבוע הצלע השלישית הוא ישר זווית.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $a^2 + b^2 = c^2$ **אז** $a \perp b$

משפטים		
במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\sphericalangle B = 90°$ AD=DC **אז** $BD = AD = DC$
אם במשולש ישר זווית, זווית חדה של $30°$, אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\sphericalangle C = 30°$ $\sphericalangle B = 90°$ **אז** $AC = 2 \cdot AB$
משפטים הפוכים		
משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $BD = AD = DC$ **אז** $\sphericalangle B = 90°$
אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה זווית שגודלה $30°$.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AC = 2 \cdot AB$ $\sphericalangle B = 90°$ **אז** $\sphericalangle C = 30°$

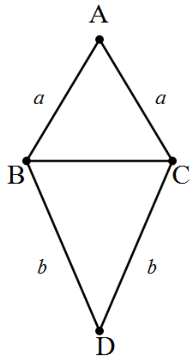
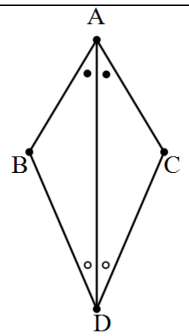
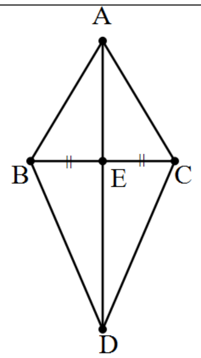
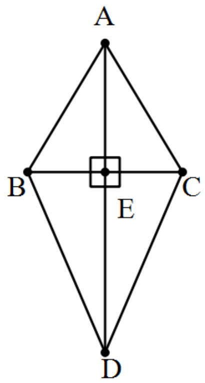
חפיפת משולשים

משפטי חפיפה		
משפט חפיפה ראשון: צלע, זווית, צלע . בקיצור : **צ.ז.צ.** אם שתי צלעות וזווית הכלואה בניהן שוות בהתאמה בשני המשולשים הנתונים, אז המשולשים חופפים.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AB=DE$ $\sphericalangle B=\sphericalangle E$ $BC=EF$ **אז** $\Delta ABC\cong\Delta DEF$
משפט חפיפה שני: זווית, צלע, זווית. בקיצור : **ז.צ.ז.** אם שתי זוויות וצלע הכלואה בניהן שוות בהתאמה בשני המשולשים הנתונים, אז המשולשים חופפים.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\sphericalangle B=\sphericalangle E$ $BC=EF$ $\sphericalangle C=\sphericalangle F$ **אז** $\Delta ABC\cong\Delta DEF$
משפט חפיפה שלישי: צלע, צלע, צלע. בקיצור : **צ.צ.צ.** אם שלוש צלעות שוות בהתאמה בשני המשולשים הנתונים, אז המשולשים חופפים.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AB=DE$ $BC=EF$ $CA=FD$ **אז** $\Delta ABC\cong\Delta DEF$
משפט חפיפה רביעי: צלע, צלע, זווית. בקיצור : צ.צ.ז. אם שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים במשולש אחד שוות בהתאמה בשני המשולשים הנתונים, אז המשולשים חופפים.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $BC=EF$ $CA=FD$ $(CA<BC)$ $\sphericalangle A=\sphericalangle D$ **אז** $\Delta ABC\cong\Delta DEF$

מרובעים

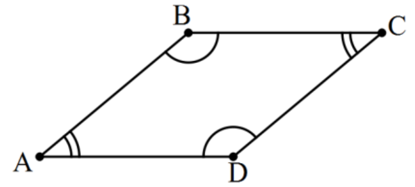
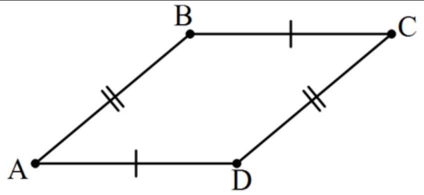
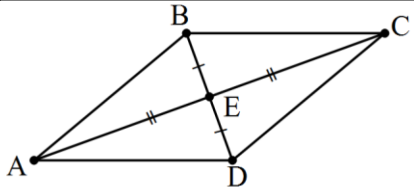
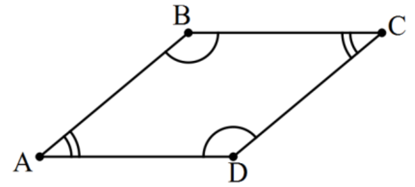
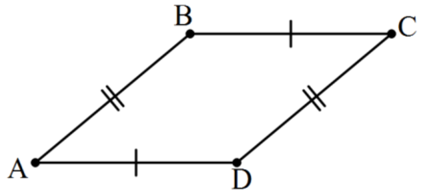
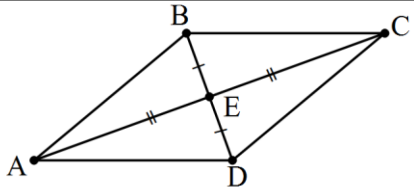
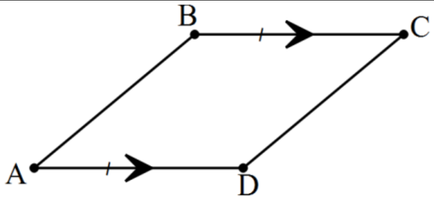
משפט: סכום הזוויות במרובע הוא $360°$.

דלתון

משפטים		
תכונה: בדלתון שני זוגות של צלעות סמוכות שוות.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** ABCD דלתון **אז** AB=AC BD=DC
האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** ABCD דלתון AD אלכסון ראשי **אז** $\measuredangle A1 = \measuredangle A2$
האלכסון הראשי בדלתון חוצה את האלכסון המשני.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** ABCD דלתון AD אלכסון ראשי BC אלכסון משני **אז** $BC = EC$
האלכסון הראשי בדלתון מאונך לאלכסון המשני.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** ABCD דלתון AD אלכסון ראשי BC אלכסון משני **אז** $AD \perp BC$

מקבילית

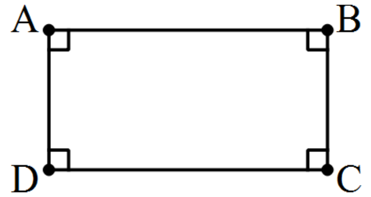
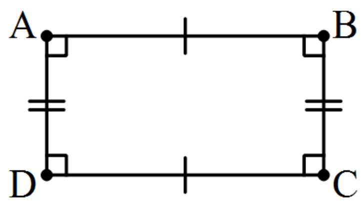
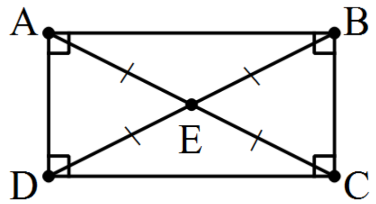
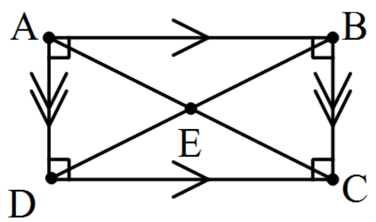
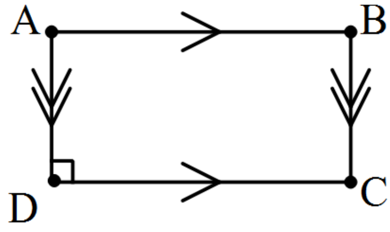
הגדרה: מקבילית היא מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות השוות בגודלן.

משפטים ותכונות		
במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית **אז** $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ $\sphericalangle B = \sphericalangle D$
במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית **אז** $AB = CD$ $BC = AD$
במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית **אז** $BE = ED$ $AE = EC$
משפטים הפוכים		
מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ $\sphericalangle B = \sphericalangle D$ **אז** $ABCD$ מקבילית
מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AB = CD$ $BC = AD$ **אז** $ABCD$ מקבילית
מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $BE = ED$ $AE = EC$ **אז** $ABCD$ מקבילית
מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $BC = AD$ $BC \parallel AD$ **אז** $ABCD$ מקבילית

מלבן

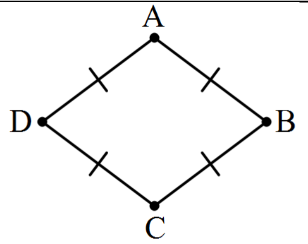
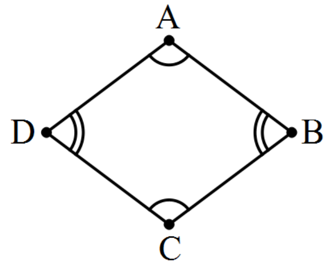
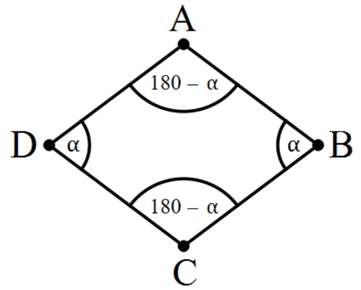
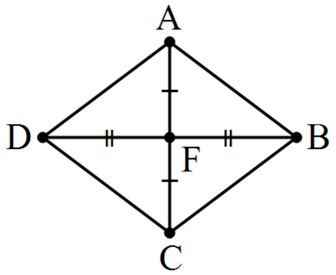
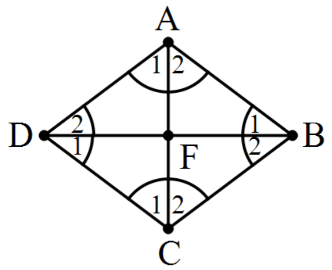
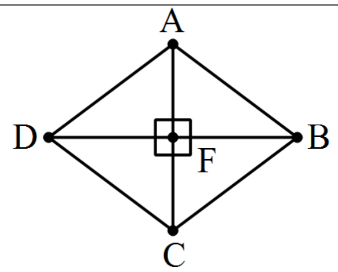
הגדרה: מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו ישרות (שוות ל-$90°$).

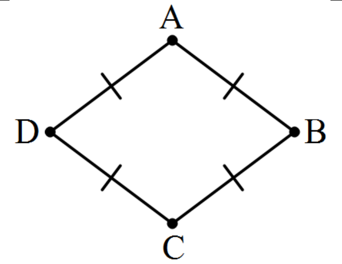
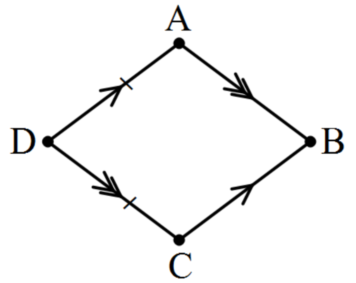
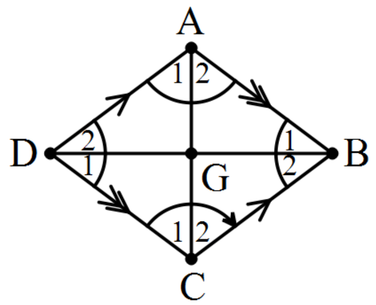
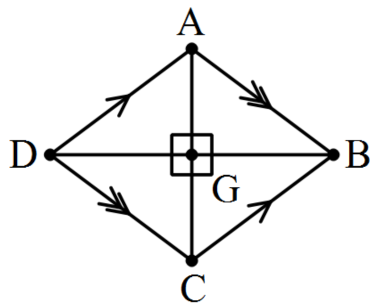
הערה: במלבן מתקיימות כל תכונות המקבילית.

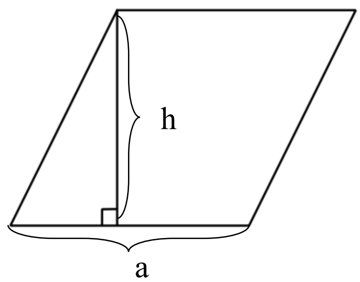
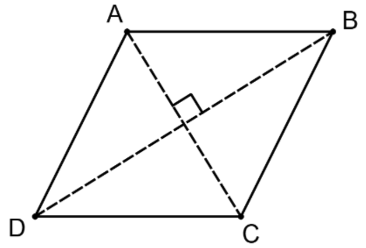
משפטים ותכונות		
כל אחת מזוויות המלבן היא בת 90^{o}.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מלבן **אז** $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90°$
כל שתי צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מלבן **אז** $AB = DC$ $AD = BC$
האלכסונים במלבן שווים זה לזה וחוצים זה אחת זה.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מלבן **אז** $AE = EC$ $DE = EB$
משפטים הפוכים		
מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית $AC = BD$ **אז** $ABCD$מלבן
מקבילית שבה זווית ישרה אחת – היא מלבן		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית $\sphericalangle D = 90°$ **אז** $ABCD$מלבן

מעוין

הגדרה: מעוין הוא מרובע שכל צלעותיו שוות זו לזו. זהו מקרה פרטי של דלתון ושל מקבילית .

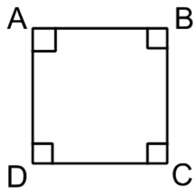
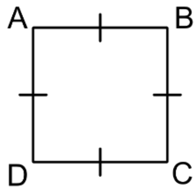
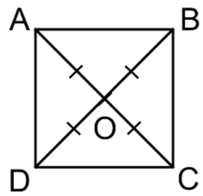
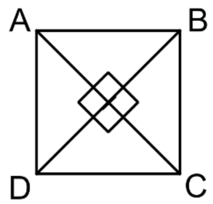
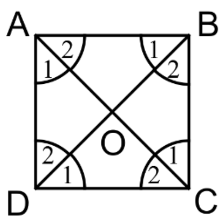
משפטים ותכונות		
כל צלעות המעוין שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין **אז** $AD = AB = BC = CD$
כל שתי זוויות נגדיות במעוין שוות זו לזו.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין **אז** $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ $\sphericalangle D = \sphericalangle B$
סכום כל שתי זוויות סמוכות במעוין שווה ל-180^{o}.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין **אז** $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180°$ $\sphericalangle C + \sphericalangle D = 180°$
האלכסונים במעוין חוצים זה את זה.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין **אז** $AF = FC$ $DF = FB$
האלכסונים במעוין חוצים את זוויות המעוין.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין **אז** $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2, \sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$ $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2, \sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$
האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין **אז** $AC \perp DB$

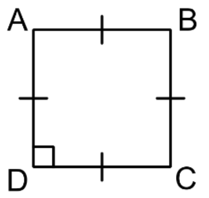
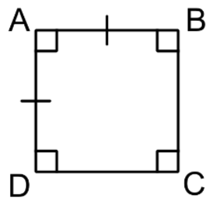
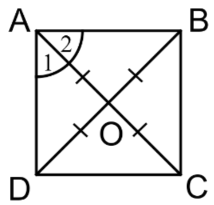
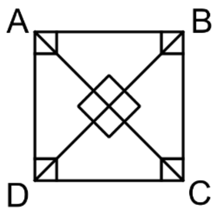
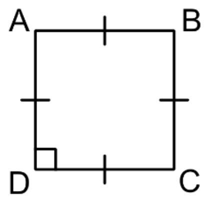
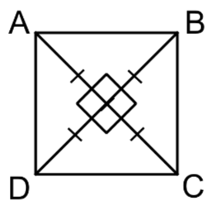
משפטים הפוכים		
מרובע בו כל הצלעות שוות זו לזו הוא מעוין		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AD = AB = BC = CD$ **אז** $ABCD$ מעוין
אם במקבילית שתי צלעות סמוכות שוות זו לזו אז המקבילית היא מעוין		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית $AD = CD$ **אז** $ABCD$ מעוין
מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$ **אז** $ABCD$ מעוין
מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מקבילית $AC \perp DB$ **אז** $ABCD$ מעוין

חישוב שטח מעוין	
שטח המעוין = צלע · הגובה לצלע שטח המעוין $= a \cdot h$ 	שטח המעוין $= \frac{\text{מכפלת האלכסונים}}{2}$ 

ריבוע

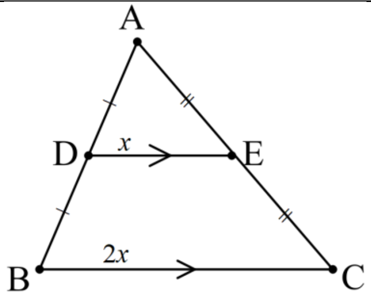
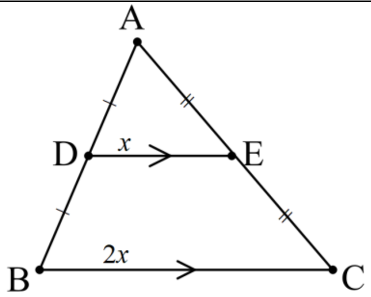
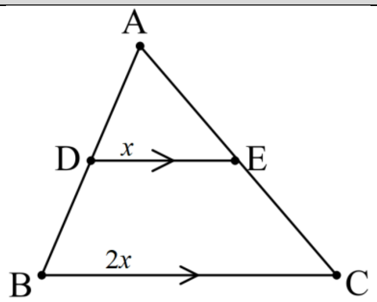
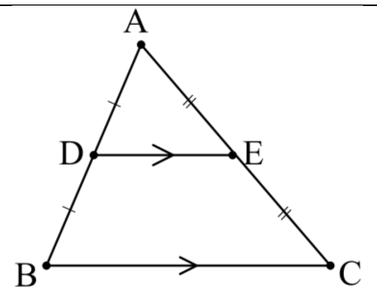
הגדרה: ריבוע הוא מרובע שכל צלעותיו שווה וכל זוויותיו ישרות.

משפטים ותכונות		
כל אחת מזוויות הריבוע היא בת 90^{o}.		**ובכתיב מתמטי:** אם $ABCD$ ריבוע אז $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90°$
כל צלעות הריבוע שוות זו לזו		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ ריבוע **אז** $AB = BC = DC = AD$
האלכסונים בריבוע שווים זה לזה וחוצים זה אחת זה.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ ריבוע **אז** $AO = OC$ $DO = OB$
האלכסונים בריבוע מאונכים זה לזה		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ ריבוע **אז** $AC \perp BD$
האלכסונים בריבוע חוצים את זוויות הריבוע		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ ריבוע **אז** $\measuredangle A_1 = \measuredangle A_2, \measuredangle B_1 = \measuredangle B_2$ $\measuredangle C_1 = \measuredangle C_2, \measuredangle D_1 = \measuredangle D_2$

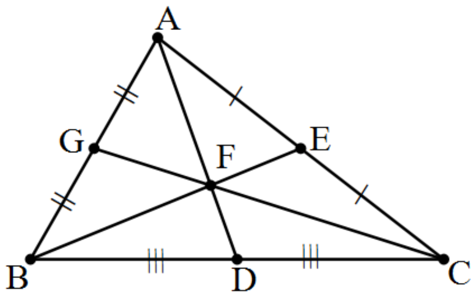
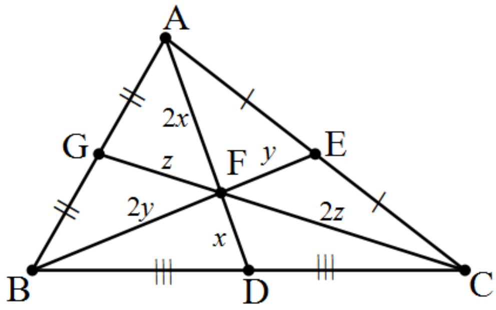
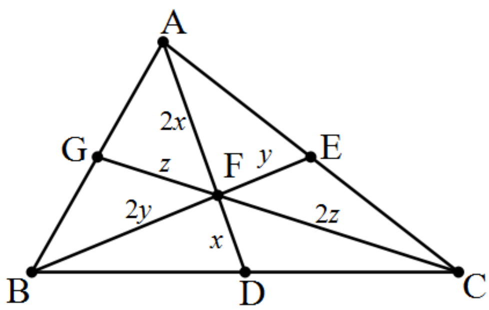
משפטים הפוכים		
אם במרובע כל הצלעות שוות וכל זוויותיו ישרות– אז הוא ריבוע. (מתבסס על הגדרת ריבוע)		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $AB = BC = DC = AD$ $\measuredangle A = \measuredangle B = \measuredangle C = \measuredangle D = 90°$ **אז** $ABCD$ ריבוע
מלבן שבו שתי צלעות סמוכות שוות - הוא ריבוע		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מלבן $AD = AB$ **אז** $ABCD$ ריבוע
מלבן שבו האלכסון הוא חוצה-זווית - הוא ריבוע		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מלבן $\measuredangle A_1 = \measuredangle A_2$ **אז** $ABCD$ ריבוע
מלבן שבו האלכסונים מאונכים זה לזה - הוא ריבוע		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מלבן $AC \perp BD$ **אז** $ABCD$ ריבוע
מעוין שאחת מזוויות היא ישרה - הוא ריבוע		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין $\measuredangle D = 90°$ **אז** $ABCD$ ריבוע
מעוין שבו האלכסונים שווים זה לזה - הוא ריבוע		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $ABCD$ מעוין $AC = BD$ **אז** $ABCD$ ריבוע

קטע אמצעים במשולש

קטע אמצעים במשולש - קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש.

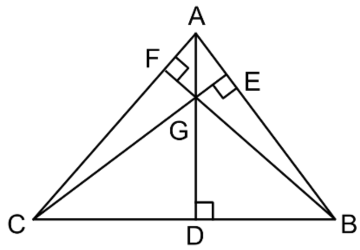
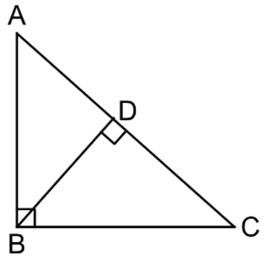
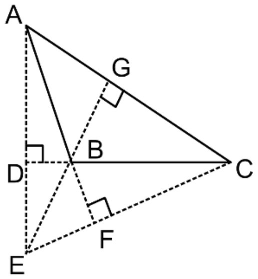
משפט		
אם קטע מחבר אמצע שתי צלעות במשולש הוא קטע אמצעים במשולש (לפי הגדרה).		**ובכתיב מתמטי:** **אם** AD=DB, AE=EC **אז** ED קטע אמצעים במשולש
קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** AD=DB, AE=EC **אז** ED=0.5BC, DE∥BC
משפטים הפוכים		
קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** ED=0.5BC, DE∥BC **אז** AD=DB, AE=EC
קטע במשולש היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע השלישית הוא קטע אמצעים במשולש.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** AD=DB, DE∥BC **אז** AE=EC

מפגש תיכונים במשולש

משפטים		
שלושת התיכונים במשולש נחתכים בנקודה אחת.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** AE=EC, AG=GB **אז** DC=BD
נקודת מפגש התיכונים מחלקת כל תיכון ביחס 1:2. (החלק הקרוב לקדקוד הוא פי 2 מהחלק האחר).		**ובכתיב מתמטי:** **אם** AE=EC, AG=GB DC=BD **אז** AF=2FD BF=2FE CF=2FG
משפט הפוך		
אם קיימת נקודה על תיכון המחלקת אותו לשני קטעים ביחס 1:2 כך שהחלק הקרוב לקדקוד הוא פי 2 מהחלק האחר, נקודה זו היא מפגש התיכונים במשולש.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** AF=2FD BF=2FE CF=2FG **אז** F מפגש תיכונים AE=EC, AG=GB DC=BD

נקודת מפגש גבהים במשולש

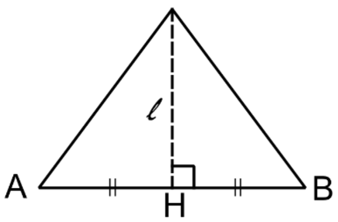
משפט: שלושת הגבהים במשולש נחתכים בנקודה אחת.

משולש חד-זווית	משולש ישר-זווית	משולש קהה-זווית
נקודת מפגש הגבהים נמצאת בתוך המשולש	נקודת מפגש הגבהים נמצאת בקדקוד הזווית הישרה	נקודת מפגש הגבהים נמצאת מחוץ למשולש
		

אנך אמצעי

הגדרה: אנך אמצעי הוא ישר המאונך לקטע נתון וחוצה אותו.

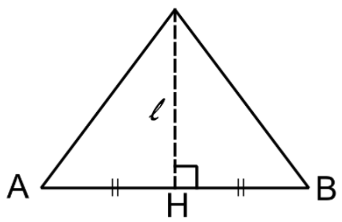
משפט: כל נקודה הנמצאת על האנך האמצעי של קטע, נמצאת במרחקים שווים מקצות הקטע.



אם במשולש שלפנינו הישר ℓ אנך אמצעי לקטע AB,

אז מתקיים : $\ell \perp AB$, $AH=BH$.

משפט: כל נקודה הנמצאת במרחקים שווים מקצות קטע, נמצאת על האנך האמצעי לקטע.

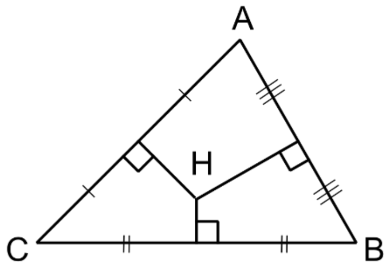


אם במשולש שלפנינו נתון קטע AB ועבור הנקודה H

מתקיים $AH=BH$, אז H נמצאת על האנך האמצעי של הקטע AB.

כלומר, $\ell \perp AB$.

משפט: במשולש, שלושת האנכים האמצעיים נחתכים בנקודה אחת.



במשולש שלפנינו, האנכים האמצעיים לשלוש צלעות

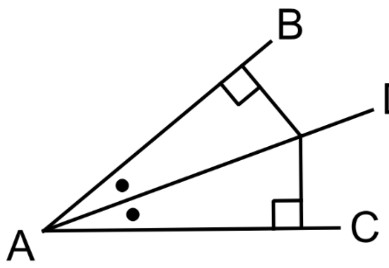
המשולש נפגשים בנקודה H.

נקודת מפגש חוצי הזווית במשולש

משפט: כל נקודה על חוצה זווית נמצאת במרחקים שווים משוקי זווית זו.

כלומר, אם ∢BAD= ∢CAD וגם DB ⊥ AB, DC ⊥ AC.

אז DC=DB.



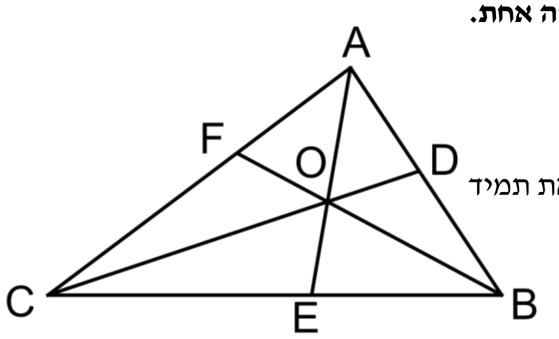
משפט: אם נקודה נמצאת במרחקים שווים משני שוקי זווית, אז היא נמצאת על חוצה הזווית.

כלומר, אם DB ⊥ AB, DC ⊥ AC וגם DC=DB.

אז, ∢BAD= ∢CAD .

משפט: שלושת חוצי הזוויות של משולש נחתכים בנקודה אחת.

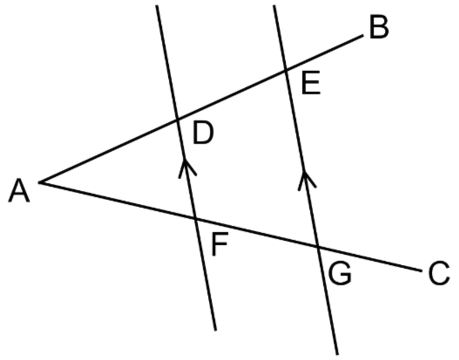
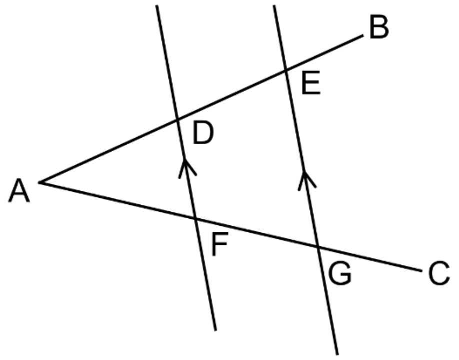
במשולש שלפנינו, חוצי הזוויות נפגשים בנקודה O.



הערה חשובה: נקודת מפגש חוצי הזוויות במשולש נמצאת תמיד בתוך המשולש.

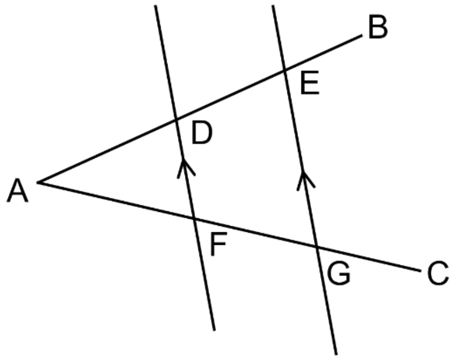
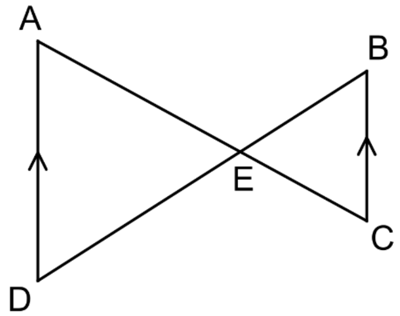
משפטי תאלס

הערה חשובה: משפט תאלס, המשפט ההפוך למשפט תאלס ומשפט תאלס המורחב הם משפטים אשר ניתן להשתמש בהם בזמן הבחינה על ידי ציון שמם בלבד.

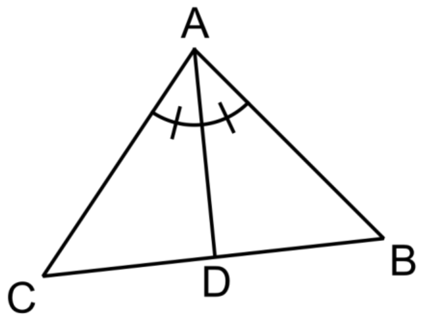
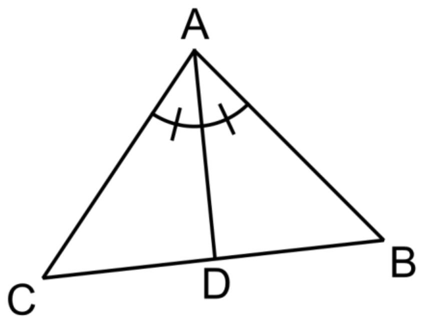
משפט תאלס		
שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית, מקצים עליהם קטעים פרופורציוניים.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** DF || EG **אז** $\frac{AD}{DE}=\frac{AF}{FG}$
משפט תאלס הפוך		
שני ישרים המקצים על שוקי זווית ארבעה קטעים פרופורציוניים הם ישרים מקבילים.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\frac{AD}{DE}=\frac{AF}{FG}$ **אז** DE || EG

משפטי תאלס – הרחבות

הערה חשובה: משפט תאלס, המשפט ההפוך למשפט תאלס ומשפט תאלס המורחב הם משפטים אשר ניתן להשתמש בהם בזמן הבחינה על ידי ציון שמם בלבד.

<table>
<tr><th colspan="3">הרחבה ראשונה של משפט תאלס</th></tr>
<tr><td>ישר המקביל לאחת מצלעות המשולש חותך את שתי הצלעות האחרות או את המשכיהן בקטעים פרופורציוניים.</td><td>
</td><td>ובכתיב מתמטי:
אם
$DF \parallel EG$
אז
$\frac{AD}{AE}=\frac{AF}{AG}=\frac{DF}{GE}$</td></tr>
<tr><th colspan="3">הרחבה שנייה של משפט תאלס</th></tr>
<tr><td></td><td>
</td><td>ובכתיב מתמטי:
אם
$AD \parallel BC$
אז
$\frac{AE}{EC}=\frac{DE}{EB}=\frac{AD}{BC}$</td></tr>
</table>

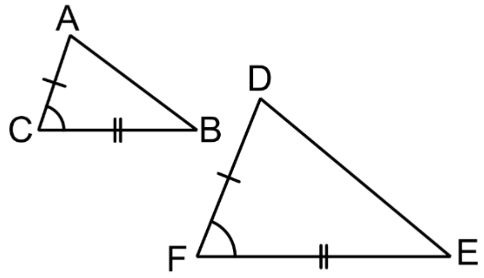
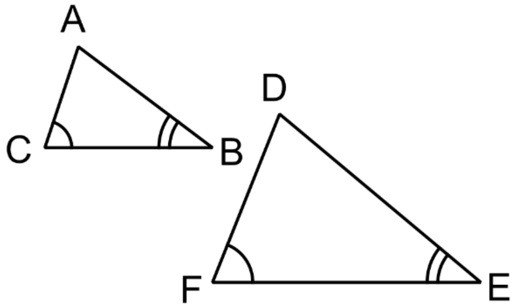
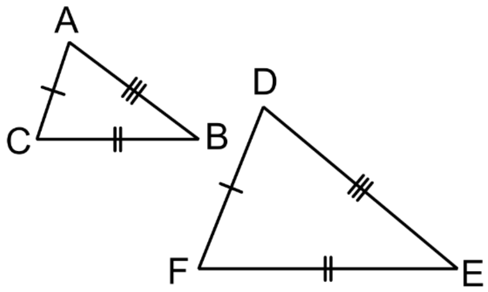
משפט חוצה זזוית

משפט חוצה זווית		
חוצה זווית פנימית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים אשר היחס ביניהם שווה ליחס הצלעות הכולאות את הזווית בהתאמה.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\sphericalangle CAD = \sphericalangle BAD$ **אז** $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$
משפט חוצה זווית - משפט הפוך		
ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה פנימית, ביחס של שתי הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את זווית המשולש שדרך קודקודה הוא עובר .		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$ **אז** $\sphericalangle CAD = \sphericalangle BAD$

דמיון משולשים

המשפטים שאותם ניתן לרשום על ידי ציון שמם הם : משפטי הדמיון צ.ז.צ., ז.ז., צ. צ. צ

הגדרה: משולשים דומים הם משולשים ששווים זה לזה בכל זוויותיהם ושצלעותיהם שומרות בהתאמה על אותו יחס.

משפטי דמיון		
משפט דמיון צ.ז.צ. **(צלע -זוית - צלע)** אם שתי צלעות במשולש אחד מתייחסות באותו יחס לשתי צלעות מתאימות במשולש שני והזווית שבין הצלעות שווה בהתאמה – אז המשולשים דומים		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\frac{AC}{DF}=\frac{CB}{FE}$ $\measuredangle C=\measuredangle F$ **אז** $\Delta ABC \sim \Delta DEF$
משפט דמיון ז.ז. **(זווית -זווית)** אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זווית במשולש השני בהתאמה – אז המשולשים דומים		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\measuredangle C=\measuredangle F$ $\measuredangle B=\measuredangle E$ **אז** $\Delta ABC \sim \Delta DEF$
משפט דמיון צ.צ.צ. **(צלע-צלע-צלע)** אם שלוש הצלעות במשולש אחד מתייחסות באותו יחס לשלוש הצלעות המתאימות במשולש שני אז המשולשים דומים.		**ובכתיב מתמטי:** **אם** $\frac{AC}{DF}=\frac{CB}{FE}=\frac{AB}{DE}$ **אז** $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

הערות חשובות:

1. כשרושמים את הדמיון יש להקפיד שסדר כתיבת הקודקודים יהיה בהתאמה, כך נוכל לזהות בקלות את הזוויות השוות והצלעות המתאימות בין המשולשים.
2. כשכותבים את היחסים בין הצלעות המתאימות במשולשים דומים יש להקפיד על עקביות (צלעות של אחד המשולשים יוכתבו במונה והצלעות של המשולש השני יוכתבו במכנה).
3. היחס השווה שבין זוגות הצלעות המתאימות במשולשים נקרא ***יחס הדימיון*** שבין המשולשים.

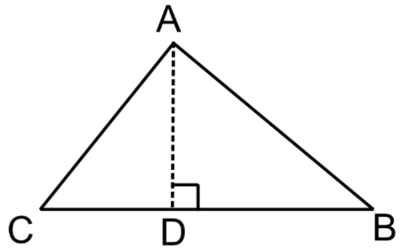
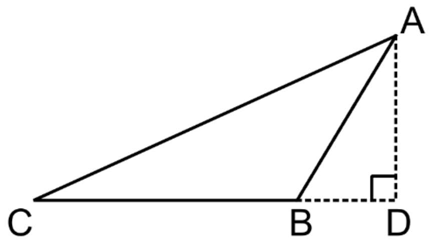
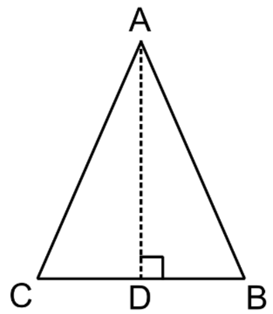
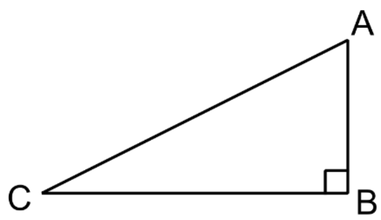
שטחים במשולשים

על מנת למצוא שטח של משולש, נשתמש בנוסחה הבאה :

$$\boxed{S = \frac{\text{גובה לצלע} \times \text{הצלע}}{2}}$$

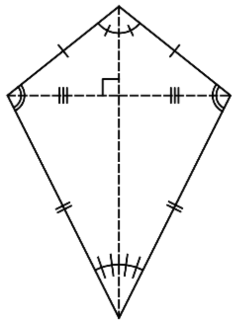
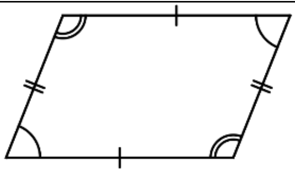
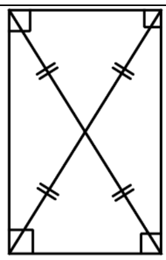
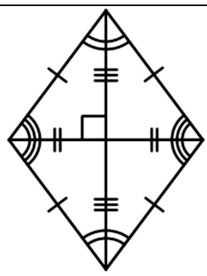
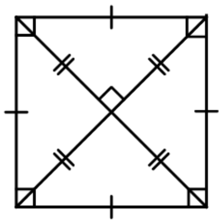
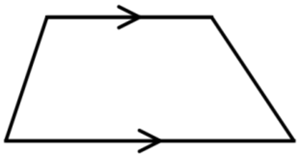
משולשים שונים מצריכים התאמה מיוחדת לנוסחה

ולכן ניתן להיעזר בטבלה על מנת לחשב את שטח המשולש :

סוג המשולש	דוגמה	שימוש בנוסחה
משולש כללי		$\frac{\text{גובה לצלע} \times \text{הצלע}}{2} \to \frac{AD\times BC}{2}$
משולש קהה זווית		ניתן לחשב כמו במשולש כללי, אך אנחנו ממליצים להוריד גובה חיצוני. $\frac{\text{גובה חיצוני} \times \text{בסיס לגובה}}{2} \to \frac{AD\times BC}{2}$
משולש שווה שוקיים		$\frac{\text{גובה לבסיס} \times \text{בסיס}}{2} \to \frac{AD\times BC}{2}$
משולש ישר זווית		$\frac{\text{ניצב} \times \text{ניצב}}{2} \to \frac{AB\times BC}{2}$

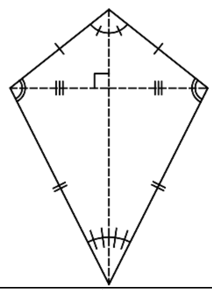
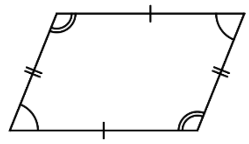
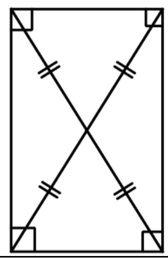
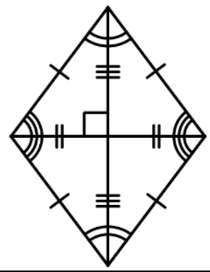
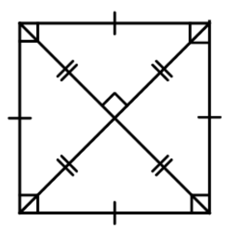
הערה חשובה: מנוסחת שטח המשולש ניתן להסיק שכשאר שני משולשים שווים זה לזה בצלע וגובה לצלע הנתונה, המשולשים בעלי שטחים שווים.

שטחים במרובעים

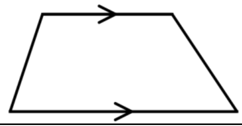
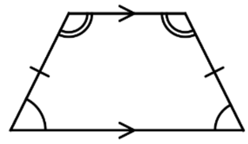
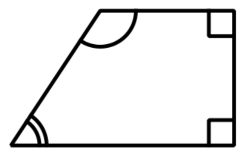
סוג המרובע	דוגמה	שימוש בנוסחה
דלתון		$\frac{\text{מכפלת האלכסונים}}{2}$
מקבילית		צלע · הגובה לצלע
מלבן		צלע · הצלע הסמוכה
מעוין		$\frac{\text{מכפלת האלכסונים}}{2}$ או צלע · הגובה לצלע
ריבוע		$\frac{\text{מכפלת האלכסונים}}{2}$ או צלע^2
טרפז כללי		$\frac{\text{גובה} \times \text{סכום הבסיסים}}{2}$

הערה חשובה: שטח מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה שווה למחצית מכפלת אלכסוניו.

סיכום תכונות המרובעים

סוג המרובע	צלעות	זוויות	אלכסונים	שטח
דלתון 	• שני זוגות של צלעות סמוכות.	• זוג אחד של זוויות נגדיות שוות.	• האלכסונים מאונכים זה לזה. • אחד האלכסונים יוצר ציר סימטריה בתוך הדלתון.	$\frac{\text{מכפלת האלכסונים}}{2}$
מקבילית 	• צלעות נגדיות שוות זו לזו. • צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.	• סכומן של כל זוג זוויות סמוכות הוא $180°$. • זוויות נגדיות שוות זו לזו.	• האלכסונים חוצים זה את זה.	צלע · הגובה לצלע
מלבן 	• צלעות נגדיות שוות זו לזו. • צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.	• כל הזוויות שוות ל-$90°$.	• האלכסונים שווים זה לזה. • האלכסונים חוצים זה את זה.	צלע · הצלע הסמוכה
מעוין 	• כל הצלעות שוות. • צלעות נגדיות שוות זו לזו.	• סכומן של זוג זוויות סמוכות על אותה הצלע הוא $180°$. • זוויות נגדיות שוות זו לזו.	• האלכסונים מאונכים זה לזה. • האלכסונים חוצים זה את זה. • האלכסונים חוצים את זוויות המעוין.	$\frac{\text{מכפלת האלכסונים}}{2}$ או צלע · הגובה לצלע
ריבוע 	• כל הצלעות שוות. • צלעות נגדיות שוות זו לזו.	• כל הזוויות שוות ל-$90°$.	• האלכסונים שווים זה לזה • האלכסונים מאונכים זה לזה. • האלכסונים חוצים זה את זה. • האלכסונים חוצים את זוויות הריבוע.	$\frac{\text{אלכסון}^2}{2}$ או צלע^2

סיכום תכונות מרובעים - המשך

סוג המרובע	צלעות	זוויות	אלכסונים	שטח
טרפז (כללי) 	• זוג אחד של צלעות מקבילות (בסיסים).	• סכומן של זוג זוויות סמוכות על אותה השוק הוא 180°.		גובה · סכום הבסיסים / 2
טרפז שווה שוקיים 	• זוג אחד של צלעות מקבילות (בסיסים). • שוקי הטרפז שוות זו לזו.	• סכומן של זוג זוויות סמוכות על אותה השוק הוא 180°. • זוויות הבסיס שוות זו לזו. • סכום זוויות נגדיות הוא 180°.	• האלכסונים שווים זה לזה.	גובה · סכום הבסיסים / 2
טרפז ישר זווית 	• זוג אחד של צלעות מקבילות. • שוק אחת מאונכת לבסיסים.	• סכומן של זוג זוויות סמוכות על אותה השוק הוא 180°. • בעל שתי זוויות ישרות.		גובה · סכום הבסיסים / 2