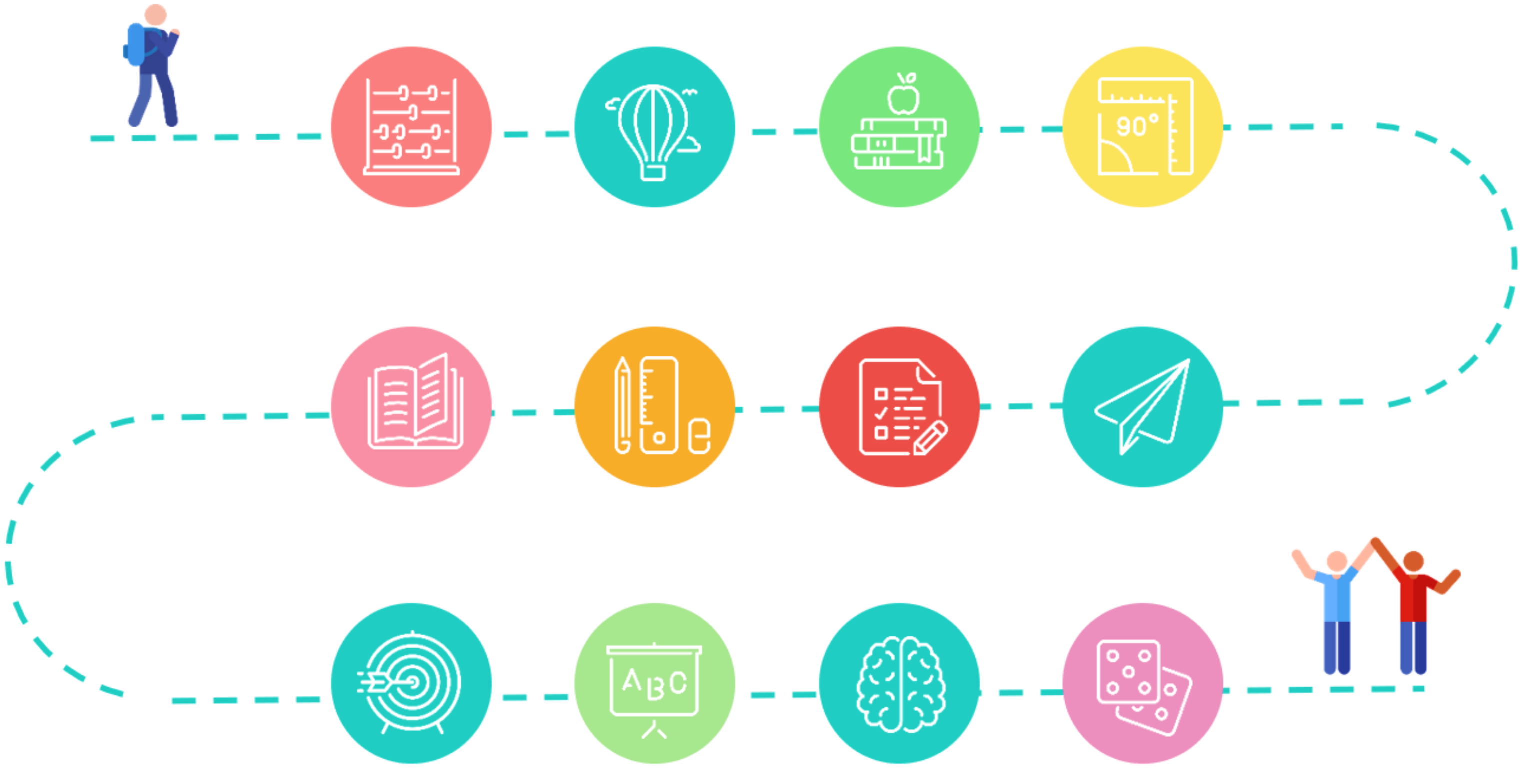
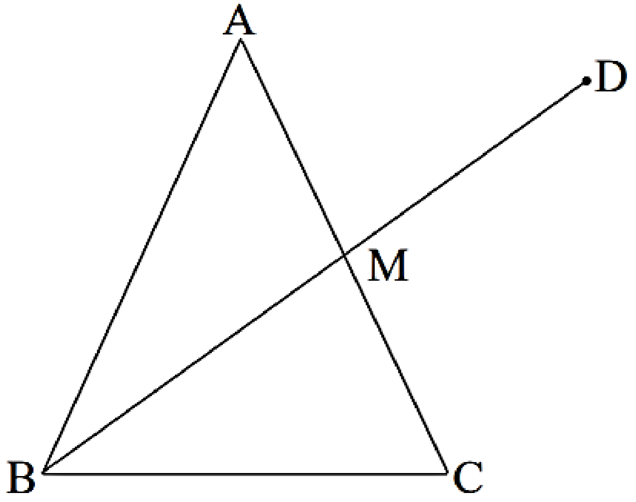
# טריגונומטריה במישור




SIMPLEX

## שאלה 5




במשולש שווה־שוקיים $ABC$ $(AB = AC)$,

$BM$ הוא תיכון לשוק (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle BAC = 50^{\circ}$ .

א. חשב את גודל הזווית הקהה $AMB$ .

ממשיכים את $BM$ עד הנקודה $D$ .

נתון גם:

רדיוס המעגל החוסם את המשולש $ABC$ הוא 10 ס"מ.

רדיוס המעגל החוסם את המשולש $ABD$ הוא 14 ס"מ.

ב. חשב את זוויות המשולש $AMD$ .

א. נסמן: $AB = AC = b \quad , \quad \measuredangle AMB = \alpha$

$\measuredangle BAC = 50^{o}$ , לכן: $\measuredangle ABM = 180^{o} - 50^{o} - \alpha = 130^{o} - \alpha$

BM תיכון, לכן: $AM = \frac{1}{2}b$

לפי משפט הסינוסים במשולש ABM מתקיים: $\frac{b}{\sin\alpha} = \frac{\frac{1}{2}b}{\sin(130^{o} - \alpha)}$

$$\Downarrow$$

$$\sin\alpha = 2(\sin 130^{o}\cos\alpha - \sin\alpha\cos 130^{o})$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\sin 130^{o}}{1 + 2\cos 130^{o}}$$

$$\Downarrow$$

$$tg\,\alpha = -5.36$$

$$\Downarrow$$

$90^{o} < \alpha < 180^{o}$ , לכן: $\alpha = 100.56^{o}$

**המשך תשובה לשאלה 5.**

ב. בסעיף א מצאנו:

$$\sphericalangle ABM = 130^{o} - \alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle ABM = 29.44^{o}$$

לפי משפט הסינוסים

במשולש $ABD$ מתקיים:

$$\text{I.} \quad \frac{b}{\sin \sphericalangle ADB} = 2 \times 14$$

לפי משפט הסינוסים

במשולש $ABC$ מתקיים:

$$\text{II.} \quad \frac{b}{\sin 65^{o}} = 2 \cdot 10$$

מ־ I ו־ II נקבל:

$$\sin \sphericalangle ADB = \frac{20 \sin 65^{o}}{28}$$

$$\Downarrow$$

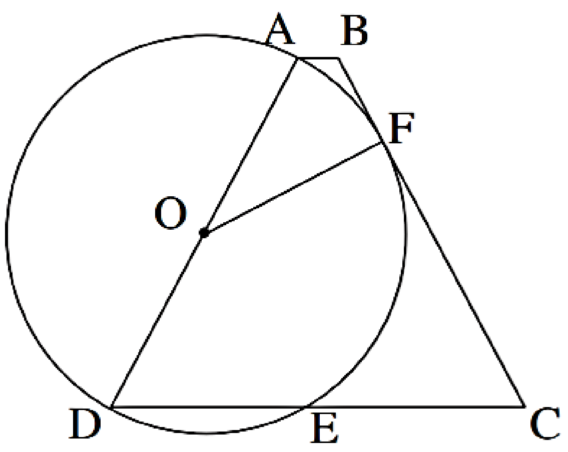
$$\sphericalangle ADB = 40.34^{o}$$

$$\sphericalangle AMD = 180^{o} - \alpha = 79.44^{o}$$

$$\sphericalangle MAD = \alpha - \sphericalangle ADB = 60.22^{o}$$

זווית חיצונית למשולש היא סכום זוויות המשולש שאינן צמודות לה

## שאלה 6




נתון טרפז שווה־שוקיים $ABCD$ $(AD = BC)$.

השוק $AD$ היא קוטר במעגל שמרכזו $O$.

השוק $BC$ משיקה למעגל בנקודה $F$.

המעגל חותך את הבסיס $DC$ בנקודה $E$ (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle BCD = \alpha$.

א. הבע באמצעות $\alpha$ את גודל הזווית $FOD$.

ב. (1) הבע באמצעות $\alpha$ את גודל הזווית $ODF$.

(2) הבע באמצעות $\alpha$ את היחס $\frac{DE}{DC}$.

א.

$\sphericalangle OFC = 90^{o}$ משיק מאונך לרדיוס

$\sphericalangle ODC = \sphericalangle FCD = \alpha$ בטרפז שווה־שוקיים

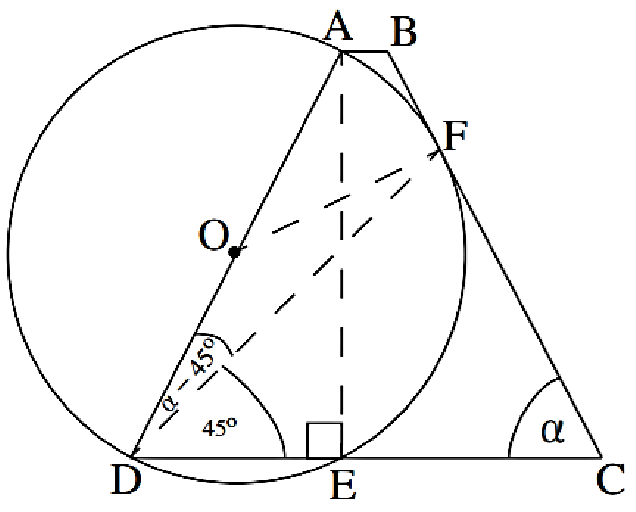
זוויות הבסיס שוות

$\sphericalangle FOD = 360^{o} - (90^{o} + 2\alpha)$ סכום זוויות במרובע

הוא $360^{o}$

$\Downarrow$

$\sphericalangle FOD = 270^{o} - 2\alpha$



ב. (1)

$OD = OF$ רדיוסים במעגל

$$\Downarrow$$

$\sphericalangle ODF = \sphericalangle OFD$ במשולש מול צלעות שוות זוויות שוות

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle ODF = \frac{180^o - \sphericalangle FOD}{2} = \alpha - 45^o$$

(2)

$\sphericalangle AED = 90^o$ זווית היקפית הנשענת על קוטר

$\Downarrow$

במשולש ADE מתקיים:

I. $DE = AD\cos\alpha = 2R\cos\alpha$

$\sphericalangle FDC = \sphericalangle ODC - \sphericalangle ODF = \alpha - (\alpha - 45^o) = 45^o$

לפי משפט הסינוסים

במשולש DFC:

$$\frac{DC}{\sin(180^o - (45^o + \alpha))} = \frac{DF}{\sin\alpha}$$

$\Downarrow$

II. $DC = \dfrac{DF\sin(45^o + \alpha)}{\sin\alpha}$

במשולש שווה־שוקיים DOF

מתקיים:

$$\frac{\frac{1}{2}DF}{R} = \cos(\alpha - 45^o)$$

$$\Downarrow$$

$$\text{III.} \quad DF = 2R\cos(\alpha - 45^o)$$

מהצבת III ב־ II

מקבלים:

$$\text{IV.} \quad DC = \frac{2R\cos(\alpha - 45^o)\sin(45^o + \alpha)}{\sin\alpha}$$

מ־ I ו־ IV מקבלים:

$$\frac{DE}{DC} = \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos(\alpha - 45^o)\sin(45^o + \alpha)}$$

SIMPLEX