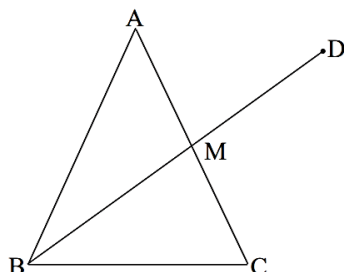


טריגונומטריה במישור

שאלה מס' 1:

מתמטיקה, קיץ תשע"ד, מס' 035806, 316



במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ),

$BM$  הוא תיכון לשוק (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = 50^\circ$ .

א. חשב את גודל הזווית הקהה  $\angle AMB$ .

ממשיכים את  $BM$  עד הנקודה  $D$ .

נתון גם:

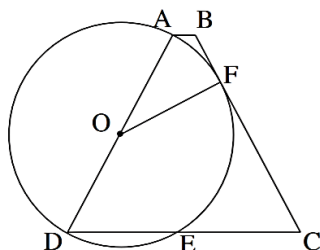
רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ABC$  הוא  $10$  ס"מ.

רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ABD$  הוא  $14$  ס"מ.

ב. חשב את זווית המשולש  $AMD$ .

שאלה מס' 2:

מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מועד ב' מס' 035806, 316



נתון טרפז שווה-שוקיים  $ABCD$  ( $AD = BC$ ).

השוק  $AD$  היא קוטר במעגל שמרכזו  $O$ .

השוק  $BC$  משיקה למעגל בנקודה  $F$ .

המעגל חותך את הבסיס  $DC$  בנקודה  $E$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle BCD = \alpha$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית  $\angle FOD$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית  $\angle ODF$ .

(2) הבע באמצעות  $\alpha$  את היחס  $\frac{DE}{DC}$ .

סיכומונצ'יק:

זהות פיתגורס וגירסאותיה:

1.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

או  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

או  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$

זווית כפולה:

1.  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

2.  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

או  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

או  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

זהויות משולש ישר זווית:

1.  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

2.  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

זווית שלילית:

1.  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

2.  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

3.  $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

4.  $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$

סכום והפרש של זוויות:

1.  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$

2.  $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$

3.  $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$

4.  $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$

זווית משלימה ל-180°:

1.  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

2.  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$

3.  $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$

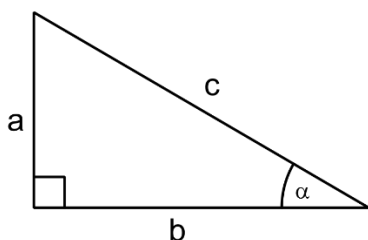
4.  $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$

3.  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

4.  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

**הפונקציות הטריגונומטריות במשולש ישר זווית**

הפונקציות הטריגונומטריות במשולש ישר הזווית מוגדרות כך :

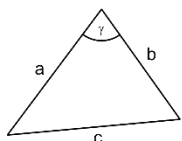


$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול } \alpha}{\text{היתר}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד } \alpha}{\text{היתר}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\text{ניצב מול } \alpha}{\text{ניצב ליד } \alpha} = \frac{a}{b}$$

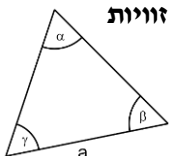
**שתי צלעות סמוכות וסינוס הישוב שטח משולש בעזרת**



$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$$

כלומר, כדי למצוא את שטח המשולש נכפול זוג צלעות סמוכות בסינוס הזווית שביניהן ונחלק ב-2.

**חישוב שטח משולש בעזרת צלע ושלוש זוויות**

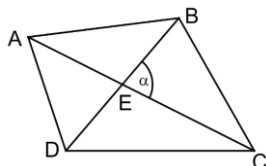


$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}{2 \sin \alpha}$$

כלומר, כדי למצוא את שטח המשולש נעלה את הצלע הנתונה בריבוע, נכפול בסינוס הזוויות הסמוכות לצלע ונחלק בסינוס הזווית שמול הצלע הנתונה.

**חישוב שטח מרובע על-פי אלכסונו והזווית שביניהם**

נציג נוסחה שניתן לחשב בעזרתה שטח של מרובע על פי שני אלכסונו והזווית שביניהם :



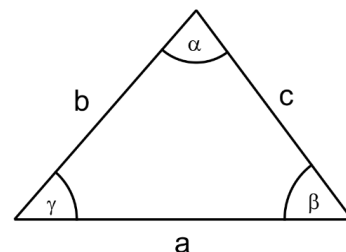
$$S_{\text{מרובע}} = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin \alpha}{2}$$

**משפט הסינוסים**

לפי משפט הסינוסים בכל משולש מתקיים :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

כאשר R הוא רדיוס המעגל החוסם את המשולש



**משפט הקוסינוסים**

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$